

## DISEÑO DE CONTROLADORES LQR/LQG PARA SU APLICACIÓN EN SISTEMAS DE PILAS DE COMBUSTIBLE TIPO PEM

Ali Niknezhadi, Cristian Kunusch, Carlos Ocampo-Martínez

Institut de Robòtica i Informàtica Industrial (CSIC-UPC), Llorens i Artigas 4-6, 2ª planta, 08028 Barcelona, España

**RESUMEN:** Se presentan aportes y soluciones de control en el campo de sistemas de celdas de combustible PEM (Proton Exchange Membrane). Con base en el estudio de un modelo dinámico no lineal de un sistema de celdas de combustible PEM de laboratorio y sus componentes asociados (compresor de aire, humidificadores, líneas de calentamiento, válvulas, etc.), se trabaja en el diseño de un sistema de control de estequiometría de oxígeno en los canales de cátodo. A partir del modelo linealizado del sistema, se diseñan controladores del tipo LQR/LQG que dan solución al problema de control de flujo de aire en los canales de cátodo.

**Palabras clave:** Control lineal, pilas de combustible PEM, reguladores LGQ/LQR

**ABSTRACT:** This paper aims to present the control problem of PEM (Proton Exchange Membrane) fuel cells and introduces its solution. Based on the study of a non-linear dynamical model of a laboratory type PEM fuel cell system and its associated components (air compressor, humidifiers, line heaters, valves, etc.), a control strategy for the stoichiometry of oxygen in the cathode channels is designed. From the linearized model of the system, an LQR/LQG controller is designed to give a solution to the control problem of the air flow rate in the cathode channels.

**Keywords:** Linear control, PEM fuel cells, LGQ/LQR

### 1. INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista del control automático, una pila de combustible es un sistema dinámico no lineal, de múltiples entradas, múltiples salidas, con variables fuertemente acopladas y gran incidencia de perturbaciones externas e incertidumbre paramétrica en sus modelos. Un caso que merece una especial atención es el control de oxígeno en celdas PEM. Si el flujo de oxígeno en el cátodo de una celda es muy bajo, se producen indeseables puntos calientes sobre la membrana y la potencia de la celda se ve decrementada debido a la falta de reactante en las zonas de triple contacto, a este fenómeno se lo conoce como inanición de cátodo. En ciertos casos, un flujo de oxígeno excesivamente alto podría producir un acelerado secado de la membrana, contribuyendo a aumentar su resistencia iónica. Además de esto, un aumento en el flujo de aire implica un mayor consumo eléctrico para el compresor que lo suministra, degradando así el rendimiento energético del sistema en su conjunto. Por tanto, a fin evitar daños irreversibles en las membranas poliméricas y establecer una respuesta de potencia eléctrica eficiente y confiable, es necesario diseñar un sistema de control capaz de regular este fenómeno y preservar así el adecuado funcionamiento del sistema. Es importante remarcar que, salvo casos extremos difícilmente alcanzables, la pérdida de conductividad en la membrana como consecuencia de su secado es reversible.

### 2. SISTEMA DE PRUEBAS Y MODELO DE CONTROL

#### 2.1 Sistema en estudio

La planta de laboratorio bajo consideración está principalmente compuesta por una pila de combustible, un compresor de aire, un tanque de almacenamiento de hidrógeno, múltiples de admisión de gases, humidificadores y líneas de calentamiento (ver esquema en la Fig. 1).

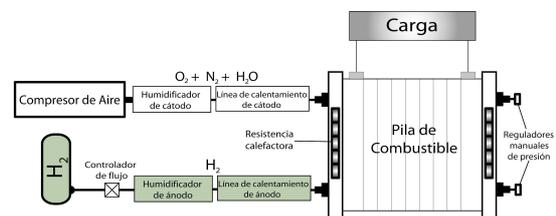


Fig. 1. Diagrama esquemático de la estación de pruebas.

El modelo de pila es EFC50-ST de la firma ElectroChem®, que es una pila PEM de laboratorio diseñada fundamentalmente para el estudio de MEAs (del inglés *membrane electrode assembly*) en diferentes condiciones de operación. El sistema consta de 7 celdas con membranas Nafion® 115 de 50 cm<sup>2</sup> de área activa, carga de platino de 1 mg cm<sup>-2</sup> y capas difusoras de papel de fibra de carbón Toray. Esta unidad genera 50W en condiciones nominales de operación y puede alcanzar picos de 100W

durante regímenes transitorios.

El compresor de aire es una bomba de vacío libre de aceite, la cual es comandada por un motor de corriente continua de baja potencia. Los humidificadores de ambas líneas de gases son del tipo Cellkraft® P-series y su principio de funcionamiento está basado en el intercambio de humedad por medio de membranas poliméricas Nafion®. Según las especificaciones del fabricante, estos humidificadores son capaces de humidificar gases con caudales de hasta 10 slpm (*standard liters per minute*) y presiones de hasta 10 bar. Tanto la temperatura central de la pila como las temperaturas de las líneas de calentamiento son controladas por medio de un sistema de actuación con resistencias calefactoras, sensado por termocuplas K y controladores PID descentralizados.

## 2.2 Modelo no lineal

Adoptando un enfoque orientado al diseño de control no lineal, se modelan y analizan todos los subsistemas en forma individual para obtener un modelo no lineal en el espacio de estados [1][2]. Luego del reagrupamiento de las ecuaciones diferenciales resultantes, en conjunto con las relaciones estáticas entre variables, se obtuvo la siguiente descripción no lineal de séptimo orden [1]:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

$$x \in R^7 ; u \in R ; f : R^7 \rightarrow R^7$$

donde  $g = [K \ 0 \ \dots \ 0]^T$  y las variables de estado pueden ser resumidas de la siguiente forma:

- $x_1 = \omega_{cp}$ : velocidad angular del eje del motor [rad/seg].
- $x_2 = m_{hum,ca}$ : masa de aire dentro del humidificador de cátodo [kg].
- $x_3 = m_{O_2,ca}$ : masa de  $O_2$  en los canales de cátodo de la pila [kg].
- $x_4 = m_{N_2,ca}$ : masa de  $N_2$  en los canales de cátodo de la pila [kg].
- $x_5 = m_{v_2,ca}$ : masa de vapor en los canales de cátodo de la pila [kg].
- $x_6 = m_{H_2,an}$ : masa de  $H_2$  en los canales de ánodo de la pila [kg].
- $x_7 = m_{v_2,an}$ : masa de vapor en los canales de ánodo de la pila [kg].

## 2.3 Modelo lineal

Con el fin de implementar un controlador LQG en el sistema bajo estudio, es necesario llevar a cabo una linealización del modelo en un punto de equilibrio. El procedimiento de linealización consiste en expandir el lado derecho de (1) en series de Taylor, alrededor de un punto estacionario, hasta su primer derivada (matriz jacobiana). La elección

del punto de equilibrio se hizo en base a consideraciones prácticas y de forma tal de obtener una zona de trabajo media en el rango de operación de la pila. Por ejemplo, tomando una tensión de compresor ( $V_{cp}$ ) de 6 V, una corriente de carga de ( $I_{st}$ ) de 1 A, presión de ánodo y cátodo de 1 bar y un flujo de hidrógeno ( $W_{H_2}$ ) de 2 slpm, se obtiene el siguiente punto de trabajo hiperbólico sobre el estado del sistema no lineal. Para el caso, el punto de trabajo se ha establecido en los valores  $x_1(0) = 207.3136$ ,  $x_2(0) = 2.558e-4$ ,  $x_3(0) = 4.1e-4$ ,  $x_4(0) = 1.415e-3$ ,  $x_5(0) = 1.862e-4$ ,  $x_6(0) = 1.27e-4$ ,  $x_7(0) = 1.844e-4$ .

## 3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

### 3.1 Objetivo de control

En la automatización de sistemas basados en pilas de combustible las metas del control pueden estar relacionadas con diferentes aspectos de la operación de la pila, tales como la maximización de su vida útil, optimización de sus prestaciones eléctricas, minimización del mantenimiento, etc. El objetivo propuesto en este trabajo consiste en la maximización de la potencia neta de salida del sistema completo de conversión. Esto es, la potencia eléctrica de la pila menos el consumo del compresor. Como fuera analizado en trabajos precedentes [3][4], esta potencia neta puede maximizarse regulando adecuadamente la estequiometría de oxígeno en la pila, lo cual se logra controlando el flujo másico de oxígeno que entra al cátodo de la pila. Esto permite mantener en todo momento un flujo de comburente capaz de reducirse en forma eficiente en las cercanías de las zonas catalizadoras de la MEA y así satisfacer el requerimiento de potencia solicitado por la carga considerando el consumo parásito del compresor. No obstante, en el sistema de laboratorio se presentan ciertos inconvenientes desde el punto de vista del control e instrumentación, tales como la inaccesibilidad de ciertas variables y el ruido de medición propio de los sensores.

En este contexto, surge como opción promisoriosa el uso de estrategias de controladores LQG (*Linear Quadratic Gaussian*), ya que agrupan la resolución de un objetivo de control óptimo con la estimación robusta de estados.

### 3.2 Problema de control LQR

La ley de control empleada en este trabajo es conocida como LQR (del inglés *Linear Quadratic Regulator*) y su variante LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) debido a la consideración de ruidos de distribución espectral gaussiana afectando el lazo de

control. Las principales hipótesis en el uso de esta estrategia de control consisten en considerar el sistema en estudio mediante su modelo matemático lineal y en utilizar modelos de ruido estocásticos (ruidos de medición y perturbaciones del sistema) con propiedades estadísticas conocidas.

Por tanto, la expresión del modelo lineal del sistema, obtenida mediante un procedimiento previo de linealización a partir del modelo no lineal (véase la Sección 2.3), es escrita como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + W_p I_{st} \\ y &= Cx + v_p \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $x$  corresponde al vector de estados en  $\mathcal{R}^n$ ,  $u$  corresponde al vector de señales de entrada en  $\mathcal{R}^m$  (variables manipuladas o controles), y corresponde al vector de variables de salida o mediciones en  $\mathcal{R}^q$ ,  $I_{st}$  corresponde al vector de perturbaciones en  $\mathcal{R}^p$ , y finalmente  $v_p$  corresponde al vector de ruidos de medición en  $\mathcal{R}^q$ . Las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $W_p$  y  $C$  corresponden a las matrices de los sistemas de dimensiones apropiadas. El propósito de la estrategia de control consiste en encontrar el vector óptimo de señales de control  $u(t)$  tal que se minimice la función de coste

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x^T Q x + u^T R u] dt \right\} \quad (3)$$

donde las matrices de sintonía  $Q$  y  $R$  son seleccionadas apropiadamente cumpliendo las condiciones de diseño  $Q = Q^T \geq 0$  y  $R = R^T > 0$ . Las matrices  $Q$  y  $R$  son conocidas como matrices de penalización de estado y entrada, respectivamente. Ellas se encargan de dar prioridad bien sea al seguimiento de una trayectoria por parte de los estados o a la penalización de la energía de control requerida por el sistema para alcanzar los objetivos de control deseados.

La solución de problema de control LQG, es decir, hallar el  $u(t)$  óptimo, consiste en la determinación de una ganancia estabilizante  $K$ , la cual se aplica al sistema mediante una ley de realimentación de estado expresada como

$$u(t) = -K_r x(t) \quad (4)$$

donde  $K_r$  es la matriz de ganancia del controlador.

### 3.3 Estimación de estados

Con el fin de calcular la matriz  $K_r$ , es necesario disponer de la medición de todo el vector de estado, lo cual no es siempre posible. Por lo tanto, es posible diseñar un observador de estados a partir de las mediciones de las salidas de la planta. Este sistema auxiliar se encarga de estimar las trayectorias del sistema con un error y velocidad de

convergencia dados mediante el parámetro de diseño  $K_e$ , el cual es conocido como la ganancia de estimación [5].

Así pues, la ley de control (4) es calculada como  $u(t) = -K_r \hat{x}(t)$ , donde  $\hat{x}(t)$  es el vector de estado estimado por el observador. Nótese que los diseños del controlador y el observador pueden ser realizados independientemente. Sin embargo, pueden ser combinados en el diseño final de la arquitectura de control.

Por otro lado, a fin de mejorar la regulación del sistema, es posible agregar al esquema en lazo cerrado un estado dado por un integrador. Esto permite que el error de estado estacionario tienda a cero y, por lo tanto, que la salida de la planta siga más precisamente a la señal de referencia. Así, el diseño de la ley LQR implica la obtención de una ganancia  $K_r$  considerando la variable adicional relacionada con el integrador [5].

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1 Estimación de estados

La estimación de los estados se ha realizado mediante la implementación de un filtro de Kalman, considerando sólo perturbación  $w$ , en la ecuación de estado del sistema. El diseño se ha obtenido a partir de las matrices del sistema linealizado, resultando una ganancia de estimación

$$K_e = [0.975 \ -25700 \ -4035 \ -4035 \ -4590 \ -5165 \ 2350 \ -1635] \quad (6)$$

Los estados del sistema son rápidamente estimados por el observador ( $< 8s$ ) considerando unas condiciones iniciales del modelo del observador definidas como 10-3 para los dos primeros estados y 10-6 para el resto de ellos. De igual forma, se supuso condiciones iniciales nulas para el sistema del estimador de estados.

### 4.2 Controlador

Como se ha discutido anteriormente, la salida del sistema corresponde al flujo de aire suplido por el compresor dado en unidades *slpm* (*standard litre per minute*). Por otro lado, la señal de control corresponde a la tensión de alimentación del compresor (dada en voltios). Dada la naturaleza diferencial de las variables del sistema lineal, la señal de referencia se ha variado entre 1.3 *slpm* y 4.3 *slpm*. Esto genera el comportamiento mostrado en la Fig. 2 cuando el controlador se prueba con el sistema linealizado (caso trivial). En la gráfica superior se observa el comportamiento de la salida del sistema controlado (rojo) y la referencia (azul). En la gráfica inferior se aprecia la variación de la señal de control. Nótese que siempre se respetan los

rangos de las variables. El tiempo de convergencia a la referencia es menor a 10s, lo cual es bastante adecuado dadas las características dinámicas del sistema.

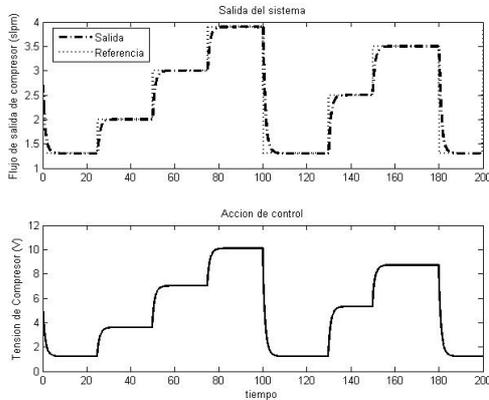


Fig. 2. Control de flujo del compresor con modelo linealizado

Por otro lado, el diseño de estimación y control se ha probado empleando como planta su modelo no lineal. La Fig. 3 muestra los resultados dinámicos más relevantes de esta prueba. La gráfica superior recoge la señal de referencia (azul), la respuesta de los modelos no lineal (verde) y linealizado (rojo).

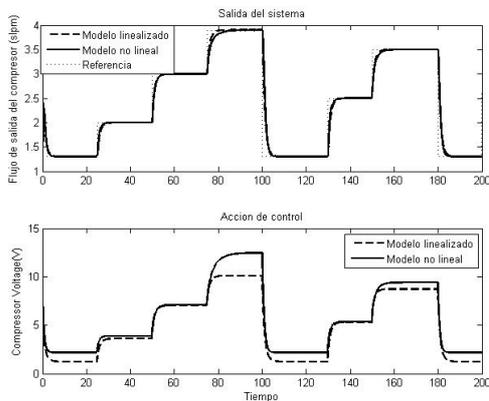


Fig. 3. Prueba del controlador en sistema lineal y no lineal

### 4.3 Sintonía del Controlador

Dentro del diseño del controlador es posible variar las matrices  $Q$  y  $R$  con el fin de conseguir el comportamiento deseado teniendo en cuenta la velocidad de convergencia de la señal de salida de la planta a la referencia deseada y el comportamiento de la señal de control.

Los diferentes comportamientos mostrados en la Fig. 3 obedecen a diferentes relaciones entre  $Q$  y  $R$ , i.e.,  $Q/R$ . La Tabla 1 resume los diferentes tiempos de crecimiento y establecimiento de la señal de salida para el sistema lineal cuando éste es regulado para seguir el perfil de referencias mostrado en las gráficas anteriores. Nótese que los valores presentados en la Tabla 1 corresponden a simulaciones hechas con el sistema linealizado, lo

cual implica que se cumplen para cualquier variación de la referencia.

Tabla 1. Comparación de controladores con diferentes relaciones  $Q/R$ .

$Q/R$	Tiempo de Crecimiento (s)	Tiempo de Establecimiento (s)
2	17.8	32.10
20	11.5	20.52
30	7.8	13.50
$10^2$	2.4	4.21
$10^6$	0.7	1.35

## 5. CONCLUSIONES

Se presentó una propuesta de control lineal que da solución a uno de los problemas más importantes que presentan los sistemas de generación basados en pilas de combustible PEM, como lo es la maximización de su rendimiento. Los controladores resultantes regulan eficientemente el flujo de aire del compresor y requieren de información reducida porque su ley depende de una variable fácilmente medible ( $W_{cp}$ ). El diseño de control se hizo a partir de un modelo lineal de la planta, mientras que su análisis y validación se efectuó empleando también el modelo no lineal de la misma y teniendo en cuenta condiciones de carga variable.

## Agradecimientos

Este trabajo fue parcialmente subvencionado por el proyecto CICYT DPI2007-62966 del Ministerio de Educación, el proyecto AECID A/026279/09 de la Agencia Española de Cooperación y Desarrollo, y el programa de investigación *Juan de la Cierva* (Ref. JCI-2008-2438).

## Bibliografía

- [1] C. Kunusch, Modelado y control no lineal de sistemas de celdas de combustible PEM, Tesis de Doctorado, Univ. Nal de La Plata, Argentina, 2009.
- [2] C. Kunusch, P. Puleston, M. Mayosky, A. Husar, Modelado dinámico y validación experimental de una pila de combustible PEM. XIII Cong. Lat. de Control Autom. Venezuela. 2008.
- [3] C. Kunusch, P. Puleston, M. Mayosky, J. Riera, Sliding mode strategy for PEM fuel cells stacks breathing control using a Super-Twisting algorithm. IEEE Tran. Ctr. Syst. Tech. (17)167–174. 2009.
- [4] C. Kunusch, P. Puleston, M. Mayosky, M. Serra, Advances in HOSM control design and implementation for PEM fuel cell systems. 14th IFAC Int. Conf. on Methods and Models in Autom. & Rob., Poland, 2009.
- [5] S. Skogestad, I. Postlethwaite, Multivariable feedback control: analysis and design (2 Ed). John Wiley and Sons, 2005.