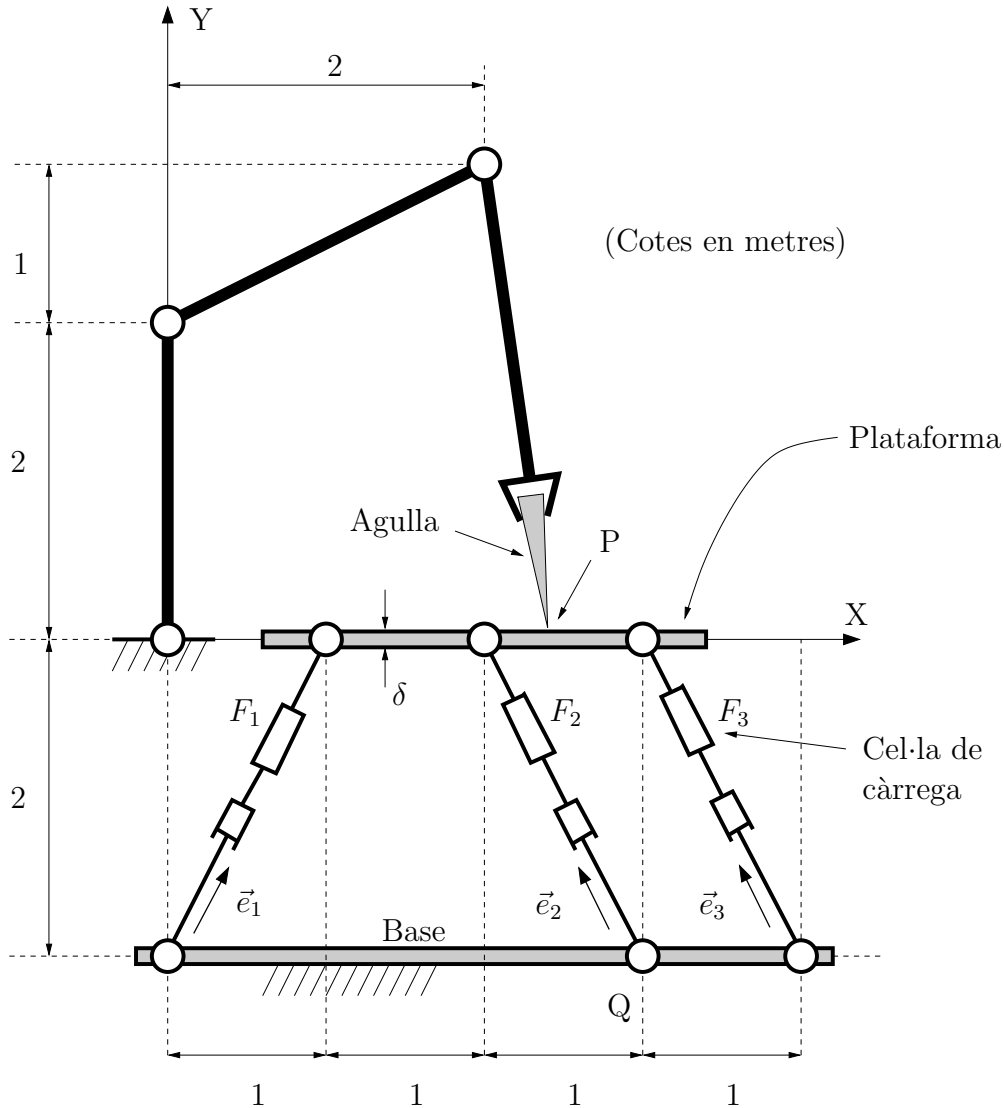


Problema I (10/30 punts)

Considera el muntatge de la figura, on tenim un manipulador 3R que subjecta una agulla, mitjançant la qual fa operacions de manipulació sobre la plataforma d'un robot 3RPR. El robot 3RPR té les articulacions prismàtiques bloquejades, de manera que les longituds de les seves tres potes es mantenen fixades. En l'instant analitzat, l'agulla es troba pressionant contra la plataforma. Les potes RPR efectuen, com a reacció, forces $\vec{F}_i = F_i \vec{e}_i$ sobre la plataforma, $i = 1, 2, 3$, on \vec{e}_i és el vector unitari de la pota i , i F_i és la magnitud de la força (amb signe). La massa de tots els elements és negligible, i el contacte en el punt P és amb fricció.



Cada pota duu muntada una cel·la de càrrega que mesura el valor d' F_i . Com que a partir de F_1, F_2, F_3 és possible deduir el torsor \hat{w} que el robot 3R aplica sobre la plataforma, el robot 3RPR es pot utilitzar com a sensor de força en aquesta situació.

Utilitzant el sistema de referència indicat:

A (1.5 punts) Determina el Jacobià j del manipulador 3RPR en la configuració de la figura.

B (0.5 punts) Determina el torsor \hat{w} que l'agulla aplica sobre la plataforma, sabent que

$$F_1 = \frac{\sqrt{5}}{4} \text{ N},$$

$$F_2 = 0 \text{ N},$$

$$F_3 = \frac{\sqrt{5}}{4} \text{ N},$$

C (1 punt) Calcula els parells que estan fent els actuadors del robot 3R per produir el torsor \hat{w} determinat al punt anterior.

D (1 punt) Determina quines són les coordenades del punt P on l'agulla entra en contacte amb la plataforma (es pot considerar negligible el gruix δ de la plataforma).

E (1 punt) Calcula els valors F_i que es llegiran a les cel·les de càrrega si l'agulla aplica un torsor

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} 1 \text{ N} \\ -6 \text{ N} \\ -12 \text{ Nm} \end{bmatrix},$$

sobre la plataforma.

F (1 punt) Pot el robot 3R produir algun torsor \hat{w} sobre la plataforma que no pugui ser equilibrat pel sensor 3RPR? Raona la resposta.

Suposem ara que desmuntem l'anclatge Q de la pota 2, i el tornem a muntar en la posició $(2, -2)$ m, variant adientment la longitud de la pota.

G (2 punts) Si l'agulla del robot 3R aplica aquests torsors sobre la plataforma

$$\hat{w}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad \hat{w}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix},$$

poden les potes del robot 3RPR efectuar forces de reacció que els equilibrin?

H (1 punt) El conjunt de torsors \hat{w} que el robot 3RPR pot equilibrar (i per tant mesurar com a sensor de força) és un espai vectorial. Dóna una base d'aquest espai.

I (1 punt) Per tal que el robot 3RPR funcioni bé com a sensor de força, quina és la ubicació preferible per l'anclatge Q, l'original de la figura, o la nova de coordenades $(2, -2)$ m? Raona la teva resposta.

Problema II (10/30 punts)

Considera un manipulador 3R amb les dimensions i la configuració que s'indiquen a la Figura 1 (expressades en metres). El punt P de l'efector té, en aquest instant, la velocitat que es mostra a la figura.

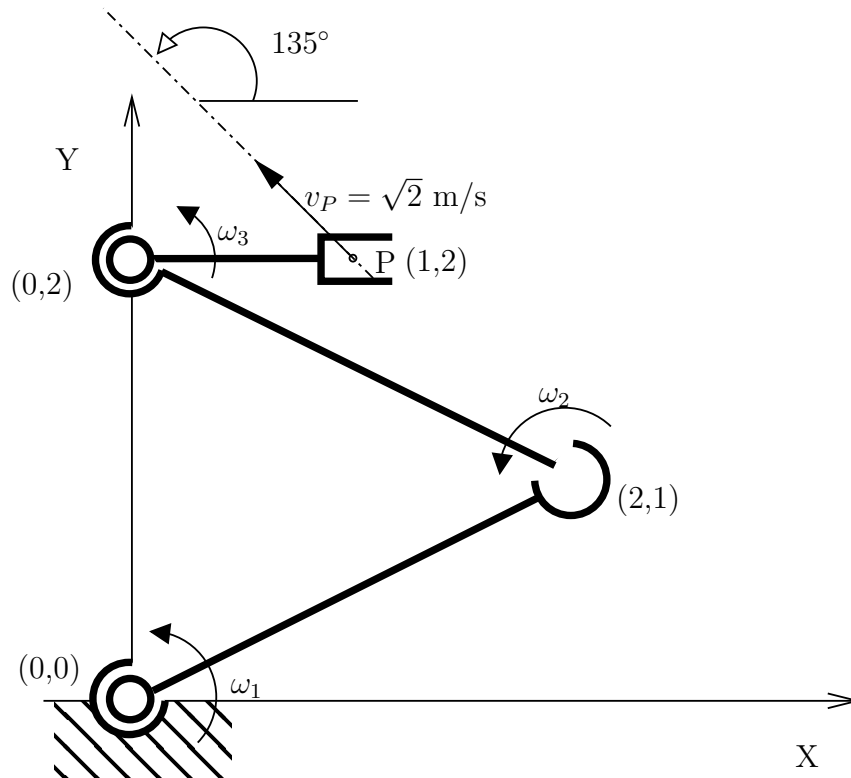


Figura 1:

- A (1 punt) Sabent que la velocitat angular de l'efector és $\omega = 1$ rad/seg, determina les coordenades del seu centre instantani de rotació, i el seu rotor $\hat{T} = [\vec{v}_0, \omega]^T$ en el sistema de referència XY indicat.
- B (1 punt) Determina el Jacobià J del manipulador i calcula les velocitats angulars de les articulacions $\vec{\gamma} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$.
- C (1.5 punts) Determina les coordenades \hat{s}_{12} , \hat{s}_{23} , i \hat{s}_{31} de les rectes $\$_{12}$, $\$_{23}$ i $\$_{31}$ que passen per les articulacions corresponents. Determina també les coordenades \hat{S}_1 , \hat{S}_2 i \hat{S}_3 de les rectes $\$_1$, $\$_2$ i $\$_3$ perpendiculars al pla XY que passen per les articulacions 1, 2 i 3, respectivament.
- D (1 punt) Calcula les velocitats angulars de les articulacions ω_1 , ω_2 i ω_3 formant productes recíprocs sobre l'expressió

$$\hat{T} = \omega_1 \hat{S}_1 + \omega_2 \hat{S}_2 + \omega_3 \hat{S}_3.$$

Considera ara el manipulador sèrie *PRR* de la Figura 2.

- E (1 punt) Determina el Jacobià d'aquest manipulador.
- F (1.5 punts) Determina les velocitats articulars v_1 , ω_2 i ω_3 pels següents rotors de l'efector:

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{T} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

- G (1 punt) Quina expressió té el rotor \hat{T} si només gira l'articulació 2, mentre les altres resten bloquejades? I si només gira l'articulació 3?

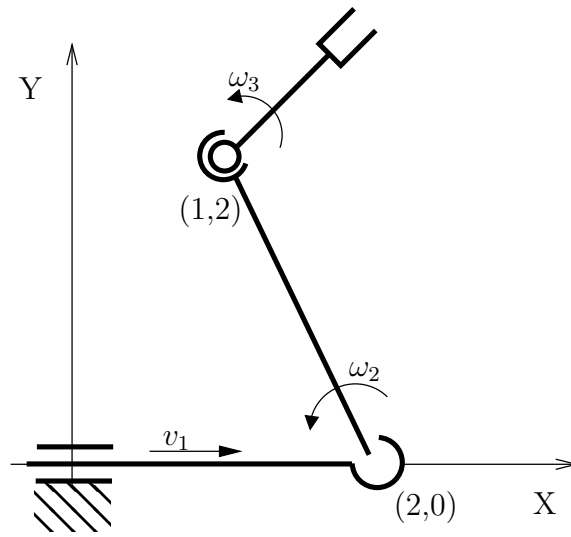


Figura 2:

El manipulador sèrie *PRR* té ara la configuració mostrada a la Figura 3.

H (1 punt) Per què en aquesta configuració no es pot obtenir qualsevol rotor a l'efector? Posa un exemple de rotor de l'efector que no es pugui assolir amb cap combinació de velocitats articulars v_1 , ω_2 i ω_3 .

I (1 punt) En aquesta configuració, quins torsors són estructuralment suportables? Dóna una base d'aquests torsors de restricció.

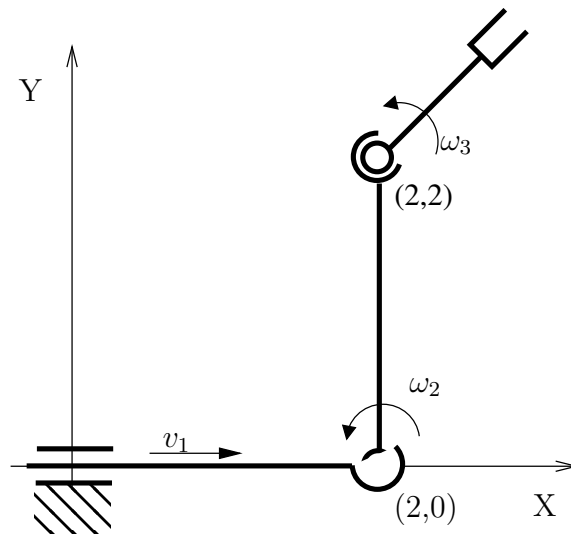


Figura 3: