



Students' initial spatial frameworks in solving robotics problems

**Maurice Bélanger &
Jean-Baptiste La Palme**

Département de mathématiques et
d'informatique
Université du Québec à Montréal
Case postale 8888, succursale A
Montréal (Québec)
H3C 3P8 Canada

Introduction

A considerable amount of research has been devoted to the problem of the representation of 3D objects in 2D space. There has also been attention to the mental, or actual, reconstruction by a person of a 3D object starting from a 2D spatial representation of that particular object. Developmental theories have also been formulated, trying to identify what internal mental constructions and processes could account for, or explain, the comparison of two static states (e.g. a real world static object and its 2D static representation). However, the representation of objects in motion, or the representations of objects that have been displaced in 3D space, introduces new complexities that involve both space and time.

We should like to examine a few selected problems and issues, focusing on spatial representation, within a limited and well-defined context of objects in motion, sometimes termed a "micro-world." In this paper we will not focus on "time." Our work over the last several years has been devoted to creating

Les structures spatiales initiales chez les élèves face à des problèmes de robotique

Introduction

Une somme considérable de recherches ont été dédiées à la représentation d'objets tridimensionnels dans un espace bidimensionnel. L'attention a également été portée sur la reconstruction mentale, ou réelle, d'un objet tridimensionnel à partir de sa représentation spatiale bidimensionnelle. On a aussi formulé des théories du développement, tentant d'identifier les constructions mentales et les processus qui justifient, ou explicitent, la comparaison de deux états statiques (par exemple, un objet statique du monde réel et sa représentation bidimensionnelle statique). Toutefois, la représentation d'objets en mouvement, ou les représentations d'objets déplacés dans l'espace tridimensionnel, donnent lieu à de nouvelles complexités qui nécessitent à la fois l'espace et le temps.

Nous aimerions aborder quelques problèmes et questions choisis, en nous concentrant sur la représentation spatiale, à l'intérieur d'un contexte limité et défini d'objets en mouvement, appelé quelquefois «micro-monde». Le «temps» ne cons-

and testing learning environments where a micro-computer is interfaced to various electro-mechanical devices (robots). These robotic instruments can then be used not only for teaching and learning, but may also be used to conduct research in a variety of domains. Here we shall focus on the use of two particular robotic instruments in the informal exploration of 12 to 16 year old students' spatial representation, without any suggestions or training on the part of the researchers.

We have also devoted considerable time and effort to the creation a new computer programming language (Android) specially designed to facilitate person-machine interaction in solving robotics problems. Elementary and Secondary School students from several schools in the Montréal have been involved in a number of specific learning projects. This work has been described elsewhere [1,2]. What is of particular relevance is the relation of these efforts to problems of spatial representation. Since robotic actions take place in 3D space, students' cognitive spatial constructs, and their solution strategies and heuristics used in solving "space problems", become important factors for research and development in this area.

Objects and actions in a 3D micro-world

By "robotics" (in this context) we simply mean the interfacing of a micro-computer and some external electro-mechanical device (Figure 1). These external devices are usually composed of motors, lights, switches, potentiometers, etc., and it is up to the creator to use these components to invent whatever object is desired. The role of the interface is to permit two-way communication between the computer and the external device.

A very large number of robotic devices involving actions in 3D space are available for purchase, or can be constructed for special purposes. We shall consider here only two such devices: a "ware-house crane" and the "Fischer-Technik robotic arm." The actions of these two devices are activated by programming a computer in a computer language. In the case of the device used by Pierre Rabardel (see his paper [6] published in this collection), the actions of a robot arm are controlled, from the users' point of view, by sliding cursors. Despite these control differences, and differences in the structure and possible actions of the two types of "robot arms", a number of similarities in student performance occur in our respective studies, and these will be pointed out in due course. What is important to note is that such computer di-

tituera pas l'objet principal de cet article. Nos travaux des dernières années ont porté sur la création et l'expérimentation d'environnements pédagogiques dans lesquels un micro-ordinateur est couplé à divers périphériques électromécaniques (robots). On peut non seulement utiliser ces instruments robotiques pour l'enseignement et l'apprentissage, mais aussi pour mener des recherches dans des domaines variés. Nous nous concentrerons ici sur l'utilisation de deux appareils robotiques particuliers dans le contexte d'une exploration informelle de la représentation spatiale par des élèves de 12 à 16 ans sans suggestion ni entraînement de la part des chercheurs.

Nous avons également consacré beaucoup de temps et d'effort à la création d'un nouveau langage de programmation (Androïde) conçu spécifiquement pour simplifier l'interaction personne-machine lors de la résolution de problèmes de robotique. Plusieurs projets d'apprentissage ont été menés auprès d'élèves de nombreuses écoles de niveaux primaire et secondaire à Montréal. On a déjà décrit l'ensemble de ces travaux [1,2]. La relation entre ces travaux et les problèmes de représentation spatiale nous apparaît particulièrement intéressante. Puisque les actions robotiques prennent place dans l'espace tridimensionnel, les constructions spatiales cognitives des élèves, de même que les stratégies et heuristiques qu'ils utilisent pour résoudre des « problèmes spatiaux », se révèlent être d'importants facteurs pour la recherche et le développement dans ce domaine.

Les objets et les actions dans un micro-monde tridimensionnel

Nous entendrons tout simplement par « robotique » (dans ce contexte), l'interface entre un micro-ordinateur et certains équipements électromécaniques externes (figure 1). Ces équipements externes sont habituellement constitués de moteurs, lumières, commutateurs, potentiomètres, etc., et il appartient au créateur de construire à l'aide de ces éléments l'objet qu'il désire. Le rôle de l'interface est d'établir une communication bidirectionnelle entre l'ordinateur et l'équipement externe.

Il y a, sur le marché, un grand nombre d'équipements robotiques supposant des actions dans l'espace tridimensionnel; on peut aussi en construire pour répondre à des besoins spécifiques. Nous ne considérerons ici que deux de ces appareils: une « grue d'entrepôt » et le « bras robot de Fisher-Technik ». Les actions de ces deux appareils sont contrôlées

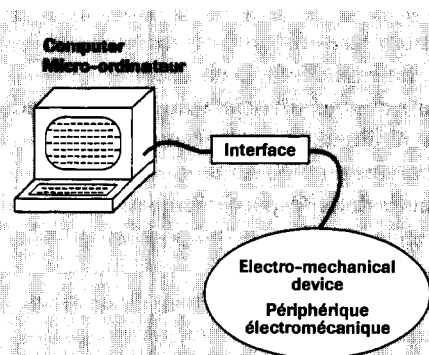


Figure 1

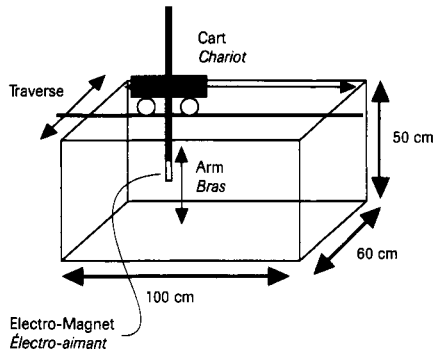


Figure 2a

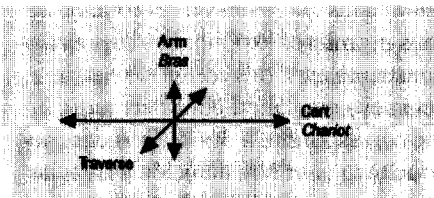


Figure 2b

The intersection of the axes of arm, cart and traverse would then represent a point in space. The sequential or simultaneous movement of any component of the warehouse would trace a pathway of points in 3D space.

L'intersection des axes du bras, du chariot et de la traverse représenterait ainsi un point de l'espace. Les mouvements en séquence ou simultanés de toute composante de l'entrepôt tracerait un chemin de points dans l'espace tridimensionnel.

¹ An extensive discussion of the origins and development of a cartesian reference system in children from four to nine, can be found in Chapter Thirteen, "Systems of Reference and Horizontal-Vertical Coordinates", in *The Child's Conception of Space* by Piaget & Inhelder.

¹ On trouvera une discussion approfondie des origines et du développement d'un système de référence cartésien chez les enfants de quatre à neuf ans dans le chapitre treize de *La représentation de l'espace chez l'enfant* de Piaget et Inhelder, intitulé «Les systèmes de référence et les coordonnées. L'horizontale et la verticale».

rected micro-worlds can be used as research tools for the exploration of spatial representation.

A. Description of the crane micro-world

The crane sketched below (**Figure 2a**) is composed of four basic objects that may be activated by the computer: (1) an arm that moves *up and down* in a vertical direction, (2) a cart (in which the arm is inserted) that can move horizontally *left and right* on a rail, and (3) a traverse that supports the cart and can move horizontally *out* (away from the observer) and *in* (toward the observer), and (4) an electro-magnet attached to the tip of the arm that may be used to pick-up small metal objects when turned on. The movement of the traverse "carries the cart and the arm", while the movement of the cart "carries the arm". These structural-dynamic features are important characteristics that influence how students represent the space within this particular micro-world.

The respective movements of the arm, cart and traverse are each linear, and at right angle to one another. Considerable evidence already exists that justifies presupposing that an orthogonal coordinate system, might serve as a "natural"¹ framework, for 12 to 16 year old students, to represent any point within the space of the warehouse that can be reached by the end-point of the arm (the electromagnet).

Such a directional (orthogonal) representation (**Figure 2b**), with as yet no "metric" along the axes, could at least be used to characterize some topological properties between two points, such as: left-right, above-below, and front-back. The possible pathways from a departure point to an arrival point are infinite (**Figure 3**). With this directional framework, and a few topological relations, displacement problems in 3D space are essentially solvable.

B. Telling the crane components how to move in space

There remains the problem of devising some way to get the crane to move by activating the appropriate motor. In the considerations presented so far, one could use a simple button-box (where, "time" of activation is controlled by the user), or one could use three sliding cursors (as described in Rabardel's paper [6], where there would be a morphism between the position of three cursors and a corresponding point in space, and the "time" of activation is controlled by the computer).

Our first experiences with students were conducted with a crane constructed with Fischer-Technik components, and a

par l'intermédiaire d'un ordinateur à l'aide d'un langage de programmation. Dans le cas de l'appareil utilisé par Pierre Rabardel (voir son article [6] publié dans cette revue), les mouvements d'un bras robot sont, du point de vue de l'utilisateur, sous le contrôle de curseurs coulissants. En dépit de ces différents types de contrôle et des différences de structure et d'actions possibles des deux types de «bras robots», nos études respectives ont présenté un grand nombre de similitudes par rapport à la performance étudiante, et nous en ferons part en temps utile. Il est important de noter que ces micro-mondes dirigés par ordinateur peuvent constituer des outils de recherche pour l'exploration de la représentation spatiale.

A. Description du micro-monde de la grue

La grue (**figure 2a**) est composée de quatre éléments de base qui peuvent être activés par l'ordinateur: (1) un bras qui se déplace *de haut en bas* selon une direction verticale; (2) un chariot (dans lequel le bras est inséré) qui peut se déplacer horizontalement *de gauche à droite* sur un rail; (3) une traverse qui supporte le chariot et qui peut se déplacer horizontalement *à l'arrière* (à l'opposé de l'observateur) ou *à l'avant* (vers l'observateur); et (4) un électro-aimant, fixé à l'extrémité du bras, qui peut être utilisé pour ramasser de petits objets de métal lorsqu'il est en fonction. Le mouvement de la traverse «entraîne le chariot et le bras», tandis que le mouvement du chariot «entraîne le bras». Ces caractéristiques structurales et dynamiques constituent des éléments importants qui influencent la représentation que les élèves se font de l'espace à l'intérieur de ce micro-monde particulier.

Les mouvements respectifs du bras, du chariot et de la traverse sont linéaires et perpendiculaires les uns aux autres. On a déjà plusieurs indices justifiant l'hypothèse qu'un système de coordonnées orthogonales peut servir comme structure «naturelle»¹, pour des élèves de 12 à 16 ans, pour la représentation de tout point de l'espace de l'entrepôt pouvant être atteint par l'extrémité du bras (l'électro-aimant).

Une telle représentation directionnelle (orthogonale) (**figure 2b**), jusqu'ici sans «métrique» le long des axes, peut au moins être utilisée pour caractériser certaines propriétés topologiques entre deux points, comme: gauche-droite, dessus-dessous, et devant-derrière. Les chemins possibles d'un point de départ vers un point d'arrivée sont en nombre infini (**figure 3**). À l'aide de cette charpente directionnelle et de

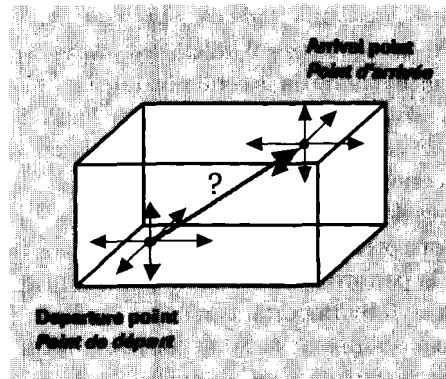


Figure 3

computer program was devised that enabled six computer keys to be designated for activating motors. For example, the Q key could be assigned the task of *arm-up*, and the A key *arm-down*, and so on. Two other keys were designated for controlling the electromagnet; a key for *turn-on*, and a key for *turn-off*. The RETURN key was used as a universal stop button for the motors. In brief, the computer keyboard was reduced to a dumb-button-box under control of the user. This design provides an instrumentation that is sufficient to solve simple displacement problems in space.

C. Two examples

Example 1. Empty Space

Given the task of picking up the metal disk and placing it on a box, as illustrated in **Figure 4**, or in numerous other departure-arrival positions, students have little difficulty with these. The general strategy, after activating the electro-magnet, is to lift the arm slightly, and then displace the cart so that it lines up with the box. The arm is further lifted until it is slightly higher than the box, and then the traverse is activated "out" (away from the observer). The arm is then lowered until the disk touches the box, and the electro-magnet is turned-off, releasing the disk. Since the warehouse is designed as a linear instrument, a zig-zag linear pathway is easy to imagine, as a labyrinth in empty space. Furthermore, it is easy to line-up any two points in a straight line path. There is a strong preference to move the cart first, rather than the traverse, since lining-up the cart and the destination point is in a direction of frontal vision for the student.

When asked to show with their finger the movement of the electro-magnet, students invariably point to the departure point and to the arrival point, ignoring the pathway actually taken.

Example 2. Obstacles in Space

By placing "walls" or "posts" in the space between the departure-arrival points, various spatial labyrinths can be constructed. Now the path taken can no longer be ignored, but needs to be taken into consideration in order to reach the destination point. On the initial trials a common strategy is to use the image of jumping over a wall (2D width \times height view of **Figure 5**) by activating the cart and the arm. Students starting with this strategy soon find it is a great deal of work, and quickly switch to what one called the "helicopter", as an

quelques relations topologiques, les problèmes de déplacement dans l'espace tridimensionnel sont essentiellement résolubles.

B. Les ordres de mouvement des composantes de la grue dans l'espace

Il reste le problème de trouver une façon de faire en sorte que la grue se déplace en actionnant le moteur approprié. En tenant compte des considérations présentées plus loin, il est possible d'utiliser une simple boîte de commande (où le « temps » de l'action est sous le contrôle de l'utilisateur), ou utiliser trois curseurs à coulisses (tels que décrits dans l'article de Rabardel [6], où il doit y avoir un morphisme entre la position des trois curseurs et un point correspondant de l'espace, le « temps » de l'action étant sous le contrôle de l'ordinateur).

Nous avons réalisé nos premières expériences auprès des élèves avec une grue construite avec des composantes de Fisher-Technik, et un logiciel a été conçu pour permettre à six touches du clavier de correspondre à des actions des moteurs. Par exemple, la touche Q peut être associée à la tâche de *bras-haut*, et la touche A *bras-bas*, et ainsi de suite. Deux autres touches étaient associées au contrôle de l'électro-aimant; une touche pour la *mise-en-fonction*, et une touche pour la *mise-hors-fonction*. La touche RETOUR était utilisée comme un bouton d'arrêt universel pour les moteurs. En bref, le clavier de l'ordinateur était réduit à une simple boîte de commande sous le contrôle de l'utilisateur. Cette mise en forme constituait une instrumentation suffisante pour résoudre des problèmes de déplacement simple dans l'espace.

C. Deux exemples

Exemple 1. Espace vide

Les élèves ont peu de difficulté avec des problèmes comme la tâche de ramasser le disque de métal et de le placer sur une boîte, comme illustré à la **figure 4**, ou avec plusieurs autres positions de départ et d'arrivée. La stratégie générale, après avoir mis en fonction l'électro-aimant, consiste à lever quelque peu le bras, et à déplacer le chariot de telle sorte qu'il soit en ligne avec la boîte. Le bras est hissé jusqu'à ce qu'il soit un peu plus haut que la boîte, puis la traverse est mise en mouvement « vers l'arrière » (à l'opposé de l'observateur). Le bras est ensuite baissé jusqu'à ce que le disque touche la boîte, et enfin on désactive l'électro-aimant, ce qui relâche le disque. Puisque l'entrepôt est conçu comme un instrument linéaire, on peut

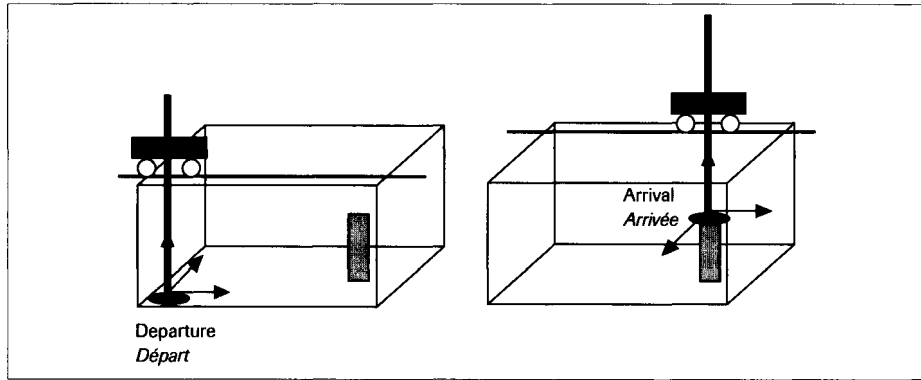


Figure 4

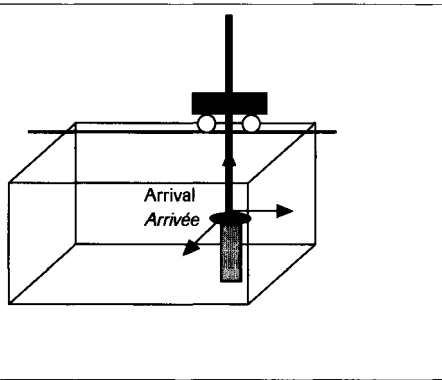


Figure 5

image, where the arm is adjusted at the start "to fly over the tallest wall." By planning a path in the arm-cart plane, adjustments to the traverse dimension can be made at the end.

If posts of different heights, with obstacle beams at the top, (Figure 6) are inserted in the space between the departure-arrival points, so that "flying-over" some posts becomes difficult or impossible, then another strategy quickly becomes developed of "turning around corners" in the cart-traverse plane.

In both wall problems and post problems, when students are asked to point out with their finger the movement of the electro-magnet, some will just point to the arrival-departure points. When pressed with the question, "Suppose the electro-magnet was a helicopter, show how it would fly from there to there." (Gesturing the departure point and the arrival point). With such a suggestive question they respond by gesturing quite accurately the linear paths in space travelled by the electro-magnet.

D. Comments on the two above examples

More complex path problems can be easily constructed by combinations of walls and posts. We shall generalize what appears to happen in such cases. Depending on the configuration, the problem seems to become broken into sub-problems, and the space of the ware-house broken into sub-spaces. Each sub-space has its own departure point and arrival point. Hence the total path solution is composed of a series of sub-path solution pieces. This is an illustration of the well-recognized problem solving heuristic of cutting a large problem into a series of sub-problems, and seems to work very well in this linear spatial context.

facilement imaginer un chemin linéaire en zigzag tel un labyrinthe dans l'espace vide. De plus, il est simple de relier deux points par un chemin en ligne droite. Il est particulièrement préférable de déplacer en premier lieu le chariot, plutôt que la traverse, puisque l'alignement du chariot avec le point d'arrivée se fait selon une direction de vision frontale pour l'élève.

Lorsqu'on leur demande de montrer du doigt le mouvement de l'électro-aimant, les élèves partent invariablement du point de départ vers le point d'arrivée sans tenir compte du chemin emprunté.

Exemple 2. Obstacles dans l'espace

On peut construire divers labyrinthes spatiaux en plaçant des «murs» ou des «poteaux» entre les points de départ et d'arrivée. Il n'est alors plus concevable de faire abstraction du chemin emprunté; il doit être pris en considération si on veut atteindre la destination. Lors des premiers essais une stratégie commune consiste à utiliser l'image du saut de murs (vue bidimensionnelle largeur x hauteur de la figure 5) en actionnant le chariot et le bras. Les élèves débutant avec cette stratégie réalisent rapidement qu'elle implique beaucoup de travail, et passent aussitôt à ce qu'on pourrait appeler de façon imagée l'«hélicoptère», où le bras est remonté au départ de telle sorte qu'il puisse «survoler le mur le plus haut». En planifiant un chemin dans le plan du bras et du chariot, les ajustements de la dimension traverse peuvent n'être faits qu'en dernier lieu.

Si on insère dans l'espace, entre les points de départ et d'arrivée, des poteaux de différentes hauteurs surmontés de poutrelles (figure 6) de telle sorte que le «survol» de certains poteaux devienne difficile ou même impossible, alors une autre stratégie est rapidement développée: celle de l'«évite-

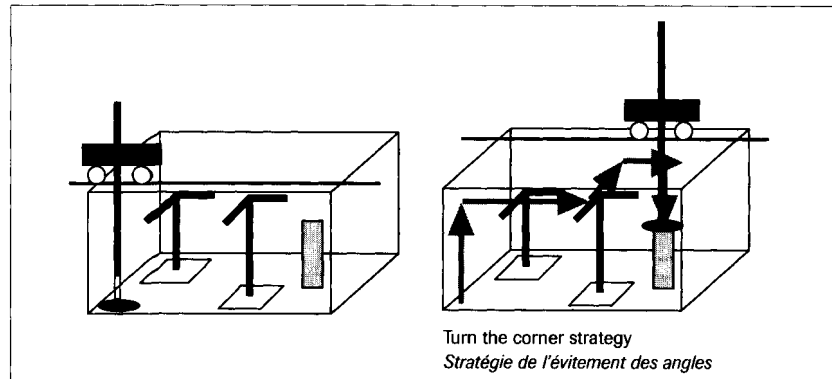


Figure 6

In all of the examples given thus far, the "natural" framework of a 3D orthogonal linear representation appears to be a good cognitive tool when applied to an instrument which, after all, is built to be able to move only in straight lines. The relations up-down, right-left, out-in are sufficient to solve problem tasks in a

"directionalized" space, whose framework axes are "non-metric." When, however, the instrument is redesigned so that each axes (representing: arm, cart, traverse) is assigned a metric unit of length, then we move into a micro-world of Euclidean space. Moving into this space requires modification of the ware-house and a new way of communicating with the components via the computer.

E. Redesigning the ware-house and Euclidean space: counters, units, measurement

A new ware-house was built so that each component could furnish to the computer a "number" that could be considered as a measure of the distance moved from a zero-point. One crucial aspect needs to be pointed out concerning the physical-mechanical structure of any such instrument. For technical reasons each axis of the ware-house has its own unit of measurement (Figure 7).

We present these matters here, because in using such a non-standard "metric" ware-house with students we expected them to protest against its "odd" measure behaviour. Surely a carpenter would strongly object to measuring the width of a room in one unit (α), the length in a second unit (β), and the height in a third unit (γ). We thought the discrepancies would be perceptually visible since there are respectively: 4 α /cm, 3.4 β /cm and 2.5 γ /cm. We did not anticipate the results we obtained with students using such a "room." The results, that we shall discuss later, do give us some good indices concerning their conception of 3D space that probably would have been missed had we adopted one of the units as a universal standard.

The departure point, as in previous examples, could now be presented by three coordinate numbers and the arrival

ment des angles» dans le plan chariot-traverse.

Dans les problèmes avec murs ou avec poteaux, lorsqu'on demande aux élèves de montrer du doigt le mouvement de l'électro-aimant, certains ne montreront que les points de départ et d'arrivée. Lorsqu'on pose la question suggestive suivante : « Supposons que l'électro-aimant était un hélicoptère, montre comment elle aurait dû voler de ce point ci à ce point là » (en désignant le point de départ et le point d'arrivée), les élèves répondent en désignant relativement bien les chemins linéaires réalisés dans l'espace par l'électro-aimant.

D. Commentaires au sujet des deux exemples précédents

On peut aisément construire des problèmes comportant des chemins plus complexes à l'aide de combinaisons de murs et de poteaux. Nous devons généraliser ce qui survient dans de tels cas. Selon la configuration, le problème semble être divisé en sous-problèmes, et l'espace de l'entrepôt subdivisé en sous-espaces. Chaque sous-espace possède son propre point de départ et son propre point d'arrivée. Le chemin constituant la solution totale est ainsi composé d'une série de sous-chemins, solutions des sous-problèmes. Cela constitue une illustration de l'heuristique bien identifiée de résolution de problèmes qui consiste à morceler un problème complexe en une série de sous-problèmes ; celle-ci semble fonctionner très bien dans ce contexte spatial linéaire.

Pour tous les exemples donnés jusqu'à maintenant, la structure « naturelle » d'une représentation linéaire orthogonale tridimensionnelle apparaît être un bon outil cognitif lorsqu'on l'applique à un instrument qui, après tout, n'est construit que pour permettre des déplacements selon des lignes droites. Les relations haut-bas, droite-gauche, extérieur-intérieur sont suffisantes pour résoudre les problèmes que posent les tâches assignées dans un espace « directionnel » dont les axes sont « non-métriques ». Lorsque, toutefois, l'instrument est conçu de telle sorte que chaque axe (représentant le bras, le chariot et la traverse) se voit assigner une mesure métrique de longueur, alors on se déplace dans un micro-monde de l'espace euclidien. Pour ce faire, cela nécessite certaines modifications de l'entrepôt et une nouvelle façon de communiquer avec les composantes via l'ordinateur.

E. Entrepôt reconçu et espace euclidien : compteurs, unités, mesure

On a construit un nouvel entrepôt de telle sorte que chaque

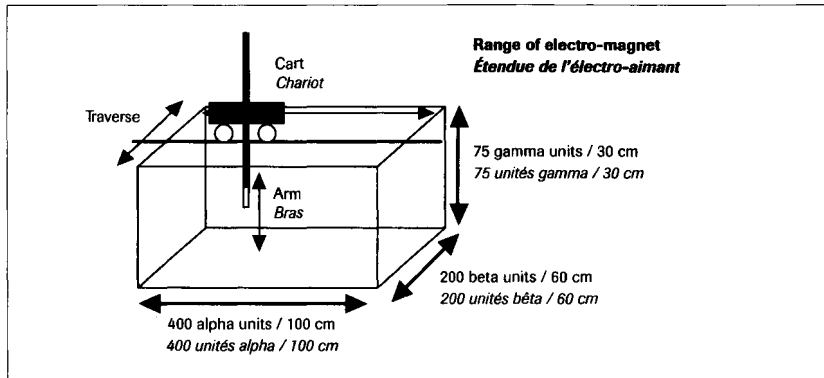


Figure 7

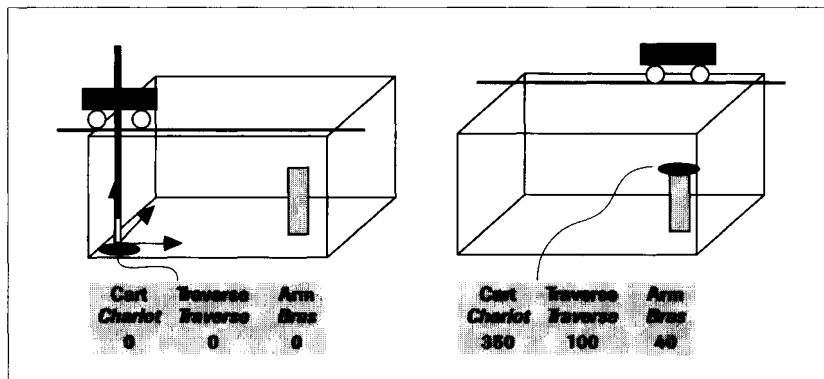


Figure 8

Upon pressing return the desired action will be carried out under the control of the computer.

It is also possible to write sentences that direct components to move by some relative value, for example: THE ARM LOWERS BY 10, THE CART ADVANCES BY 30, etc. By typing the word "where" on the keyboard, the position of the arm tip is posted on the computer screen indicating the positions of the Cart, Traverse, and Arm (see Figure 9).

G. Students' behaviour on solving displacement problems with the metric warehouse

It might be presupposed that a 2D textbook representation (Figure 9) of axes using conventional x, y, z (left-handed) labelling might be useful to the students. However, these textbook symbolic conventions turned out to be very confusing when applied to the warehouse situation. High schools students, who have done some school algebra, objected to labelling the traverse-axis as "y", and insisted that the arm should

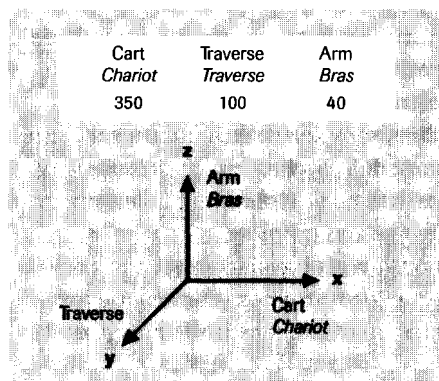


Figure 9

point by another three coordinate numbers (Figure 8).

F. Telling the crane components where to move in Euclidean space

A simple button-box type control will no longer be adequate to control this metrified warehouse, so a different control system was constructed. One of us (La Palme) had created a programming language, Android [1], that makes it possible to type on the keyboard sentences that control one or more components to move to some absolute value. For example:

THE ARM MOVES TO 25.
THE CART MOVES TO 52.
THE TRAVERSE MOVES TO 100.
THE CRANE MOVES TO
350 100 40.

composante puisse fournir à l'ordinateur un « nombre » qu'on peut considérer comme une mesure de la distance de déplacement depuis le point zéro. On doit faire remarquer ici un aspect crucial de la structure physico-mécanique d'un tel instrument. Pour des raisons techniques, chaque axe de l'entrepôt possède sa propre unité de mesure (figure 7).

Nous abordons cette question ici car en présence d'un élève un tel entrepôt dont la « métrique » n'est pas standard, nous espérons qu'ils protesteront devant cette mesure « bizarre ». Évidemment, un menuisier s'opposerait fortement au fait d'avoir à mesurer la largeur d'une pièce selon une unité (alpha), la longueur selon une seconde unité (bêta), et la hauteur selon une troisième unité (gamma). Nous pensons que le désaccord pourra être perçu puisque les unités de mesure sont respectivement : 4 alpha/cm, 3,4 bêta/cm et 2,5 gamma/cm. Nous n'avions pas prévu les résultats que nous avons obtenu avec les élèves utilisant une telle « pièce ». Les résultats, qu'on abordera plus loin, nous ont fourni de bons indices à propos de leur conception de l'espace tridimensionnel, que l'on n'aurait probablement pas obtenus si on avait utilisé l'une des unités comme un standard universel.

Le point de départ, comme dans les exemples précédents, peut maintenant être représenté par trois nombres donnant ses coordonnées, et le point d'arrivée par trois autres nombres donnant ses coordonnées (figure 8).

F. Les ordres de déplacement de la grue dans un espace euclidien

Dans le contexte de cet entrepôt métrique, on ne peut plus se contenter d'un simple contrôle à boutons; on a donc construit un nouveau système de contrôle. L'un de nous (La Palme) avait créé un langage de programmation, Android [1], qui rend possible l'inscription sur le clavier de phrases qui contrôlent le déplacement d'une ou de plusieurs composantes vers une position absolue. Par exemple :

LE BRAS BOUGE À 25.
LE CHARIOT BOUGE À 52.
LA TRAVERSE BOUGE À 100.
LA GRUE BOUGE À 350 100 40.

Sur pression de la touche de retour, l'action désirée est effectuée sous le contrôle de l'ordinateur.

Il est également possible d'inscrire des phrases qui dirigent les composantes dans des déplacements relatifs, par exemple : LE BRAS BAISSÉ DE 10, LE CHARIOT AVANCE DE 30, etc. En inscri-

be labelled "y", since "it moves up and down." Some younger students also found this posting of coordinates confusing, and thought that a more logical system would be to present the left-to-right order on the computer screen as ARM, CART and TRAVERSE (z, x, y) since in moving the arm only "one thing moves", in moving the cart "two things move", and in moving the transverse "three things move." Others thought this same representational system more "logical" since the first thing usually moved is the ARM, then the CART and then the TRAVERSE, so things should be posted in that order.

Despite these initial confusions students quickly learned to manipulate the ware-house by typing sentences indicating which object should move to what point in space. The pathway actually taken in moving from point to point is under the control of the computer, and as in Rabardel's robot-arm experiment, the students ignored the pathway and focused on beginning and arrival points. When asked to show with their finger the pathway taken, they simply indicated a straight-line from the starting point to the arrival point. The three numbers seem to be used simply as a "label" for a point in space, with imaginary *straight lines* connecting points, even though the path actually taken may be a quite complex movement.

Students we have worked with are not at all bothered by the fact that the "numbers" on each axis represent different unit values (see **Figure 7**). For example, the cart will travel 4 units/cm, while the arm travels 2.5 units/cm so that the differences are perceptually visible. When questioned about this they clearly indicate that they are aware of these differences, and take a "so-what" attitude. Only two students (one 16 years old, another 17) attempted to make "rulers" for each axis. However, once constructed these "rulers" were used to estimate point positions by calculating fractional portions, for example, if the cart were at "400", and they wished to move half-way, they would simply direct the cart to move to "200". Younger students also seemed to use these numbers as "sliders", increasing or decreasing numbers much as one would use a slide cursor to reach the desired point. This imaginary slide-use of numeric values is interesting to compare to Rabardel's actual use of physical slide cursors to control the actions of the robot arm. [6]

Two general strategies are used in solving displacement problems with the ware-house, using either a qualitative button-box approach or a quantitative programmed approach.

vant le mot «où» sur le clavier, l'écran de l'ordinateur affiche la position de l'extrémité du bras en indiquant les positions du chariot, de la traverse et du bras (voir **figure 9**).

G. Le comportement des élèves face à des problèmes de déplacements avec l'entrepôt métrique

On aurait pu supposer que la représentation bidimensionnelle (**figure 9**) des axes en utilisant les désignations conventionnelles x, y, z (gauche) aurait été utile aux élèves. Toutefois, ces conventions symboliques des manuels se sont avérées déroutantes lorsqu'appliquées à la situation de l'entrepôt. Les élèves du secondaire, qui ont quelques notions d'algèbre, s'opposent à la désignation par y de l'axe de la traverse, et tiennent à désigner par y le bras car «il se déplace de haut en bas». De plus jeunes élèves ont aussi trouvé déroutante cette désignation des coordonnées, et croyaient qu'un système plus logique devrait afficher à l'écran de l'ordinateur les coordonnées selon l'ordre de gauche à droite BRAS, CHARIOT et TRAVERSE (z, x, y) puisqu'en déplaçant le bras «une seule chose bouge», en déplaçant le chariot «deux choses bougent», et en déplaçant la traverse «trois choses bougent». D'autres considéreraient plus «logique» ce même système de représentation puisque la première chose habituellement déplacée est le BRAS, puis le CHARIOT, et enfin la TRAVERSE; les éléments doivent ainsi être affichés dans cet ordre.

Malgré ces confusions initiales, les élèves ont rapidement appris la manipulation de l'entrepôt en inscrivant des phrases indiquant quel objet doit être déplacé en quel point dans l'espace. Le chemin utilisé pour le déplacement de point en point est sous le contrôle de l'ordinateur, et comme dans l'expérimentation de Rabardel avec le bras robot, les élèves ne tiennent aucun compte du chemin et se concentrent sur les points de départ et d'arrivée. Lorsqu'on leur demande de montrer du doigt le chemin emprunté, ils indiquent simplement une ligne droite entre le point de départ et le point d'arrivée. Les trois nombres semblent n'être utilisés qu'à titre d'«étiquette» pour un point de l'espace, des *lignes droites* imaginaires reliant les points, même si le chemin réellement emprunté est un mouvement assez complexe.

Les élèves avec qui nous avons travaillé ne sont pas du tout ennuyés par le fait que les «nombres» sur chaque axe proviennent de différentes unités de mesure (voir **figure 7**). Par exemple, le chariot se déplacera de 4 unités par centimètre, tandis que le bras se déplacera de 2,5 unités par centi-

First, large displacements are used to approach the arrival point. Once within 5-10 cm smaller adjustments are made, then small micro-adjustments are made until the electro-magnet is in a position to pick-up the disk. Since both large and small linear motions can be represented by an orthogonal linear reference system there is simply a shifting of scale, but the same general representation works in both cases.

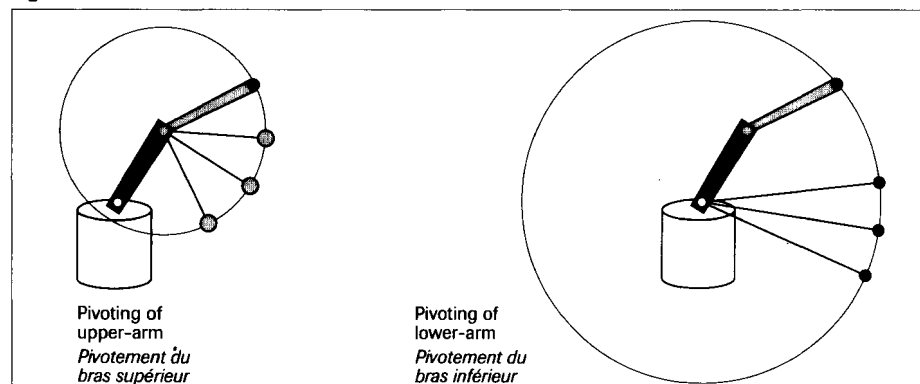
In general, an orthogonal frame of reference does appear to serve as a "natural" representation for solving displacement problems using the ware-house. However, a quantitative x, y, z point representation seems to serve only as a name of a point, and the pathway from point to point is ignored, as in the case of Rabardel's displacement problems. When the "numbers" are used they appear to serve as one-dimensional linear sliders to move either the arm, or the cart or the traverse.

Younger students, in the programming mode of typed Android sentences, use only absolute references in point to point movement. For example, if they wish to move the arm from 50 to 60, they will use the sentence THE ARM MOVES TO 60, rather than the sentence THE ARM LIFTS BY 10. Older adolescent students will use both absolute and relative values in displacing the different components.

H. Solving displacement problems with the Fischer-Technik Robot Arm

The Fischer-Technik robot arm, is capable of three basic motions, an upper arm that pivots about a point, a lower arm that pivots about a second point (carrying the upper-arm in its movement), (See **Figure 10**), and a base that pivots about a third point. Here we shall be concerned only with the

Figure 10



mètre; la différence est donc perceptible. Lorsqu'on les interroge à ce sujet, les élèves indiquent clairement qu'ils sont conscients de ces différences et démontrent par leur attitude qu'ils n'en font peu de cas. Seulement deux élèves (l'un de 16 ans, l'autre de 17 ans) tentèrent de réaliser des « règles » pour chaque axe. Toutefois, une fois construites, ces « règles » étaient utilisées pour estimer les positions des points en calculant des portions fractionnelles, par exemple, si le chariot était en « 400 », et qu'ils souhaitaient le déplacer de la moitié du chemin, ils dirigeaient simplement le chariot vers « 200 ». Les élèves plus jeunes semblaient aussi utiliser ces nombres comme des « curseurs », augmentant ou diminuant les nombres comme s'ils utilisaient un curseur pour atteindre le point désiré. Cette utilisation imaginaire de curseurs pour les valeurs numériques est intéressante en regard de l'utilisation réelle que Rabardel fait de curseurs physiques pour contrôler les mouvements du bras robot. [6]

Deux stratégies générales sont utilisées pour résoudre les problèmes de déplacement avec l'entrepôt, en utilisant soit l'approche qualitative de la boîte de commande ou l'approche quantitative programmée. En premier lieu, de grands déplacements sont effectués pour s'approcher du point d'arrivée. Ensuite, à l'intérieur d'une distance de cinq à dix centimètres du point d'arrivée, de plus petits ajustements sont réalisés, puis de petits micro-ajustements sont effectués jusqu'à ce que l'électro-aimant soit en position de ramasser le disque. Puisque à la fois les grands et les petits mouvements linéaires peuvent être représentés dans un système de référence linéaire orthogonale, il n'y a qu'une question de changement d'échelle, la même représentation générale s'appliquant dans les deux cas.

En général, un cadre orthogonal de référence apparaît comme la représentation « naturelle » pour résoudre des problèmes de déplacement dans le contexte de l'entrepôt. Toutefois, la représentation quantitative x, y, z des points semble ne servir qu'à la désignation d'un point, et le chemin de point en point n'est pas pris en compte, comme pour les problèmes de déplacements de Rabardel. Lorsque les « nombres » sont utilisés, ce n'est que dans un contexte de curseurs linéaires pour déplacer soit le bras, soit le chariot ou la traverse.

Dans le contexte de programmation par des phrases en Androïde, les plus jeunes élèves utilisent seulement les références absolues pour les mouvements de point en point. Par exemple, s'ils désirent déplacer le bras de 50 à 60, ils utilise-

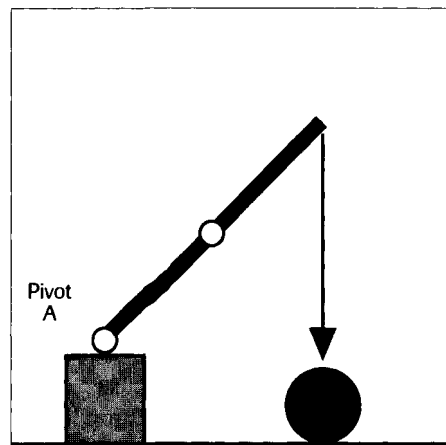


Figure 11

movements for the upper and lower arm. At the terminal point of the upper arm, either an electro-magnet or a clamp hand may be added to pick-up objects. The essential consideration here is that in contrast to the ware-house, which is capable only of linear motions, the FT robot arm is only capable of carrying out *rotary* motions. The envelopes of the possible arcs that can be traced is a function of the particular construction of a given robot-arm.

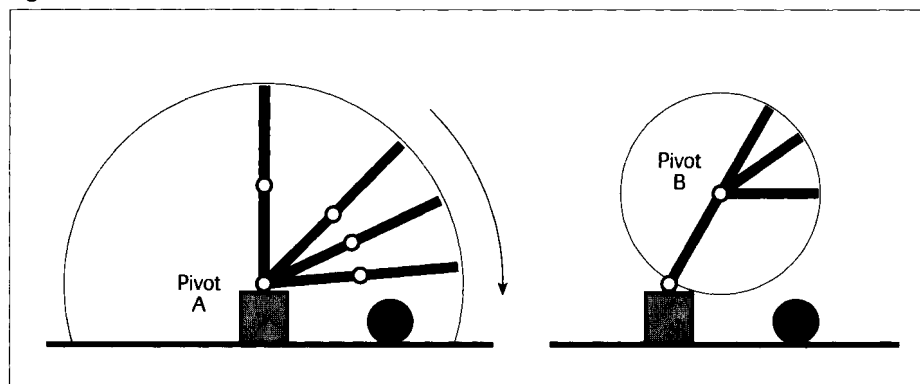
When students are asked to direct the robot arm to pick-up a ball, their initial strategy is to place the arm tip directly over the ball (Figure 11).

They are greatly surprised that moving either the lower arm, (Pivot A, Figure 12) or the upper arm (Pivot B, Figure 12) will miss the ball. When asked to show with their finger what they thought the path would be, they gesture a straight line (as in Figure 11), and even after a number of tries appear to cling to a representational model of straight line motion and seem unable to "visualize" an arc motion. Their general strategy is to compose a complex series of motion about Pivot A and Pivot B gradually approaching the tip of the arm toward the ball. After a number of trials they succeed ultimately in reaching and picking up the ball, but are unable to explain their strategy except to say "I moved it up and down."

In attempting to solve displacement problems with a robot arm, that is only capable of rotary motions, students stick to a linear representation of the movement. They concentrate on the down component of the motion, and ignore that at the same time there is also a "forward" component of the (arc) motion (Figure 13).

After considerable practice students work out a strategy of placing the tip of the arm *over* and in *front* of the object to be

Figure 12



ront la phrase LE BRAS BOUGE À 60, plutôt que la phrase LE BRAS MONTE DE 10. Les élèves adolescents utiliseront à la fois les valeurs relatives et absolues pour le déplacement des différentes composantes.

H. Résolution de problèmes de déplacements avec le bras robot de Fisher-Technik

Le bras robot Fisher-Technik peut effectuer trois mouvements de base: le bras supérieur pivote autour d'un point, le bras inférieur pivote autour d'un second point (entraînant ainsi le bras supérieur dans son mouvement) (voir figure 10), et la base pivote autour d'un troisième point. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux mouvements des bras supérieur et inférieur. À l'extrémité du bras supérieur, on peut ajouter un électro-aimant ou un grappin pour ramasser des objets. Il est essentiel de faire remarquer ici que, contrairement à l'entrepôt qui n'est capable que de mouvements linéaires, le bras robot FT ne peut réaliser que des mouvements de *rotation*. L'enveloppe des arcs qui peuvent être tracés est fonction de la construction particulière d'un bras robot donné.

Lorsqu'on demande aux élèves de diriger le bras robot pour ramasser une balle, leur stratégie initiale consiste à placer l'extrémité du bras directement au-dessus de la balle (figure 11).

Ils sont très surpris de constater que lorsqu'ils déplacent alors soit le bras inférieur (Pivot A, figure 12), soit le bras supérieur (Pivot B, figure 12), ils ratent la balle. Lorsqu'on leur demande de montrer du doigt quel aurait du être le chemin, ils désignent une ligne droite (comme à la figure 11), et même après un certain nombre d'essais ils paraissent s'accrocher au modèle de représentation de mouvement en ligne droite et semblent incapables de « visualiser » un mouvement en arc. Leur stratégie générale est de composer une série complexe de mouvements autour des pivots A et B en approchant graduellement l'extrémité du bras de la balle. Après plusieurs essais, ils réussissent enfin à atteindre et ramasser la balle, mais ils demeurent incapables d'expliquer leur stratégie autrement qu'en disant « Je l'ai déplacé en haut et en bas ».

En tentant de résoudre des problèmes de déplacement avec un bras robot qui n'est capable que de mouvements de rotation, les élèves demeurent fidèles à une représentation linéaire du mouvement. Ils fixent leur attention sur la composante verticale du mouvement, et ignorent qu'au même moment il y a aussi une composante horizontale de mouvement (en arc) (figure 13).

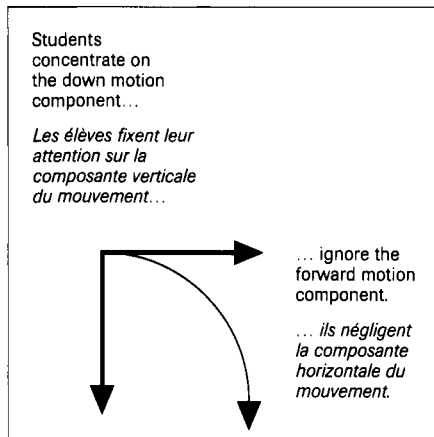


Figure 13

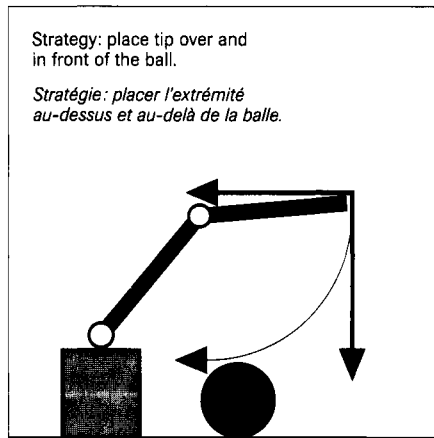


Figure 14

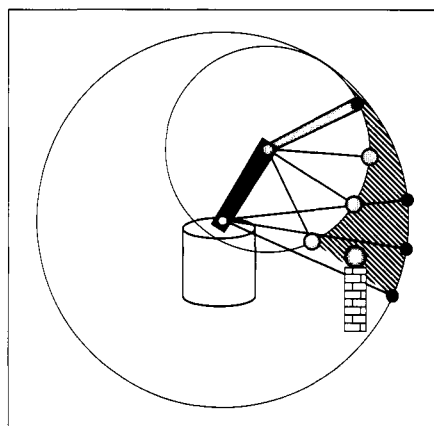


Figure 15

picked up. (Figure 14). By then pivoting the upper arm, the ball can be reached, but they continue to explain the success of this strategy by the "down" linear motion of the arm

We may generalize these strategies of students by the dominance of a linear representation of motion. It needs to be recalled that we were interesting in students spontaneous representations in attempting to solve such problems, and not as the result of tutoring or by showing them, by various pedagogical devices, that the motions of such a robot arm are arcs of circles. We were interested to see if students would themselves generate such an arc (or circle) representation model of motion. Our experience with students indicate that such models are not easily "discovered", and would probably require deliberate teaching intervention.

Such problems are all the more difficult since the simultaneous movement of both the upper and lower arm leads to complex paths that are very difficult to "visualize." Only two of our older students were able to generate for themselves the notion of a space envelop, whereby any object placed in this zone could be reached by the terminal point (Figure 15).

I. General conclusions concerning students' initial space framework representation

It is not simple to find absolute constants in the analysis of spatial representation, since space is indissociable from the objects it contains, the means used to perceive the objects, and the tools used to manipulate them.

This is the reason why the standard mathematical representations, even when known by the child, do not seem to be used in the active perception of space. For the moment, it is more by the negative that we can describe the spatial representation actually used.

It seemed evident to us that the child does not use the arc of a circle to evaluate the behaviour of objects, even if capable, when he is strongly incited to do so. This is the reason why all robotic instruments that contain at least one linear axis are used by the child with much greater efficiency than those composed of exclusively rotational axes.

On the other hand the standard spatial reference with three axes using the same unit of measurement does not seem to represent any advantage for the child. The child accommodates very well to a spatial reference having three different units of measurement, and each dimension seems to be used as a conceptual object in itself, with little relation to

Après beaucoup de pratique, les élèves aboutissent à une stratégie qui consiste à placer l'extrémité du bras *au-dessus* et *au-delà* de l'objet à ramasser (figure 14). En faisant alors pivoter le bras supérieur, la balle peut être atteinte, mais ils continuent d'expliquer le succès de cette stratégie par le mouvement linéaire du bras « vers le bas ».

On peut généraliser ces stratégies des élèves par une prédominance de la représentation linéaire du mouvement. Il est nécessaire de rappeler que nous étions intéressés par les représentations spontanées des élèves lorsqu'ils tentaient de résoudre de tels problèmes, et non au résultat d'un tutorat ou d'un apprentissage, à l'aide de différents outils pédagogiques, qui leur montrerait que les mouvements d'un tel bras robot sont des arcs de cercles. Nous étions intéressés à observer si les élèves généreraient eux-mêmes un modèle de représentation du mouvement en arc (ou en cercle). Notre expérience auprès des élèves indique que de tels modèles ne sont pas facilement « découverts », et que cela requiert probablement une intervention pédagogique délibérée.

Des problèmes de ce type sont des plus difficiles puisque le mouvement simultané des bras supérieur et inférieur implique des chemins complexes qui sont très difficiles à « visualiser ». Seuls deux de nos élèves les plus âgés ont été capables de générer par eux-mêmes la notion d'enveloppe spatiale, selon laquelle tout objet placé dans la zone peut être atteint par le point terminal (figure 15).

I. Conclusions générales au sujet de la structure initiale de représentation spatiale chez les élèves

Il n'est pas simple de dégager des constantes absolues dans l'analyse de la représentation spatiale, puisque l'espace est indissociable des objets qu'il contient, des méthodes utilisées pour percevoir les objets, et des outils utilisés pour les manipuler.

C'est la raison pour laquelle les représentations mathématiques habituelles, même lorsqu'elles sont connues des enfants, ne semblent pas être utilisées lors de la perception active de l'espace. Pour l'instant, c'est plus par la négative qu'on peut décrire la représentation spatiale réellement utilisée.

Il nous semble évident que l'enfant n'utilise l'arc de cercle pour évaluer le comportement d'objets, même s'il en est capable, que s'il est fortement incité à le faire. C'est pourquoi tous les appareils robotiques qui comportent au moins un axe linéaire sont utilisés par l'enfant avec beaucoup plus d'effi-

other dimensions; if the child is capable of easily combining a large number of uni-dimensional sequential movements, it is much more difficult for him to visualize the path of an object undergoing several uni-dimensional movements simultaneously combining to produce a bi-dimensional or tri-dimensional movement.

When placed in a problem solving situation involving three axes, either the child decomposes the problem into uni-dimensional or bi-dimensional problems, or the child seems to create his own representation influenced, but not determined by the robotic instrument he will use to resolve the problem. This representation differs from one individual to another, but is very stable in a single individual.

In future studies, it will be necessary to be attentive to other aspects of spatial representation that we have not discussed in this article, i.e. the identification of the different strategies used to solve a problem according to whether the displacements are short or long (still, of course, within a micro-space), whether the tri-dimensional displacements have a component parallel to the view of the child, and whether the bi-dimensional displacements involve the vertical dimension or not.

Bibliography / Bibliographie

- [1] La Palme, J. B. and Bélanger, M., 1990. *Introduction à la Robotique Éducative avec le Langage Androïde*. Les Éditions Micro-Éduc, Montréal.
- [2] La Palme, J. B. and Bélanger, M., 1991. "A Puppet Robotic Theater, Constructed and Programmed by Students with the Help of the Android Language." *Journal of Artificial Intelligence in Education*. Vol 2, n. 4, 81-89.
- [3] Piaget, Jean, 1946. *The Child's Conception of Movement and Speed*. (Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant.) New York: Basic Books.
- [4] Piaget, Jean and Inhelder, B., 1948. *The Child's Development of Space* (La représentation de l'espace chez l'enfant.) New York: W. W. Norton.
- [5] Piaget, Jean, Inhelder, B. and Szeminska, A., 1948. *The Child's Conception of Geometry*. (La géométrie spontanée de l'enfant.) New York: Harper & Row.
- [6] Rabardel, P., 1992. "L'Utilisation d'instruments est-elle une source de savoirs spatiaux?" *Topologie structurale* #19, 9-20.

cacité que ceux qui sont exclusivement composés d'axes de rotation.

D'autre part, le système de référence spatiale standard dont les trois axes utilisent la même unité de mesure ne semble pas représenter d'avantage particulier pour l'enfant. L'enfant s'accommode très bien d'un système de référence spatiale possédant trois unités de mesure différentes, et chaque dimension semble être utilisée comme un objet conceptuel en soi, ayant peu de relation avec les autres dimensions. Si l'enfant est facilement capable de combiner un grand nombre de mouvements unidimensionnels en séquence, il lui est plus difficile de visualiser le trajet d'un objet subissant plusieurs mouvements unidimensionnels se combinant de façon simultanée pour produire un mouvement bidimensionnel ou tridimensionnel.

Lorsqu'il est placé devant un problème impliquant trois axes, ou bien l'enfant décompose le problème en problèmes unidimensionnels ou bidimensionnels, ou il semble créer sa propre représentation, inspirée, mais non déterminée, par l'instrument robotique qu'il utilisera pour résoudre le problème. Cette représentation diffère d'un individu à l'autre, mais est très stable chez un même individu.

Il sera nécessaire dans de futures études de porter notre attention à d'autres aspects de la représentation spatiale qui n'ont pas fait l'objet de discussion dans cet article, c'est-à-dire, l'identification des différentes stratégies utilisées pour résoudre un problème selon que les déplacements sont courts ou longs (toujours, évidemment, à l'intérieur d'un micro-monde), selon que les déplacements tridimensionnels possèdent ou non une composante parallèle au point de vue de l'enfant, ou selon que les déplacements bidimensionnels impliquent ou non une dimension verticale.