

# Observador de Alta Ganancia con Zona Muerta para Pilas de Combustible PEM de Cátodo Abierto

Andreu Cecilia\*  
andreu.cecilia@upc.edu  
Ramon Costa Castelló\*  
ramon.costa@upc.edu

\*Institut de Robòtica i Informàtica Industrial, CSIC-UPC, Llorens i Artigas 4-6, 08028 Barcelona, Spain

## Resumen

*En este trabajo se presenta el diseño de un observador de estado para la estimación de la saturación de agua líquida en la capa catalizadora del cátodo de una pila de combustible PEM de cátodo abierto. El observador propuesto se basa en técnicas de alta ganancia, además se modifica con una función de zona muerta dinámica.*

*En este trabajo se muestra que, en ausencia de ruido, el observador propuesto presenta unas prestaciones similares a las de su equivalente sin zona muerta. Además, en presencia de ruido, la zona muerta disminuye significativamente el error de estimación inducido por este.*

**Palabras clave:** Pilas de combustible PEM, cátodo abierto, saturación de agua líquida, observador de alta ganancia, zona muerta.

## 1. Introducción

Las pilas de combustibles de hidrógeno son dispositivos que transforman energía química en energía eléctrica sin generar contaminantes, tales como  $CO_2$ ,  $NO_x$  o  $SO_x$ . Entre las pilas de combustible, destacan las de membrana de intercambio protónico (PEM) debido a su alta densidad energética y baja temperatura de operación.

En las pilas de combustible PEM es necesario alimentar el cátodo con oxígeno. Este oxígeno se suele suministrar en forma de aire a presión a través de un compresor, sin embargo, este puede llegar a consumir un 20% de la potencia generada por la pila [13]. Una posible solución es utilizar la estructura de cátodo abierto [14], en la cual el cátodo no está presurizado y el aire se puede suministrar a través de un ventilador. Además, el aire impulsado se puede utilizar para refrigerar el sistema, así, no es necesario implementar sistemas secundarios de refrigeración y por tanto, se aumenta la eficiencia del sistema. Sin embargo, esta estructura requiere de algoritmos de control más complejos que adapten el funcionamiento del ventilador a las condiciones de operación de la pila de combustible.

Una desventaja de las pilas de combustible PEM es que su rendimiento varía ampliamente con sus condiciones de operación. Este tipo de pilas utilizan una membrana polimérica que se encarga de conducir protones desde el ánodo hasta el cátodo. La conductividad y resistividad de esta membrana está altamente relacionada con la cantidad de agua en ella [17]. Por un lado, una baja cantidad de agua secaría la membrana cosa que aumentaría su resistividad, reduciría su conductividad [17] y aumentaría la degradación [5]. Por otro, una alta cantidad de agua puede inundar la capa catalizadora del cátodo, cosa que impediría la reacción.

Parece razonable pensar que un control efectivo de la pila de combustible, requiere del conocimiento de la cantidad de agua en la capa catalizadora del cátodo. Una posible opción para estimar su valor sería implementar un observador. La hidratación de esta capa está altamente relacionada con la temperatura de la pila de combustible [15], por eso, debería ser posible diseñar un observador que sea capaz de estimar la humidificación del cátodo a partir de las lecturas de los sensores de temperatura.

Los modelos de pilas de combustible suelen presentar estructuras no lineales [12], por esta razón, es necesario diseñar un observador que sea capaz de tratar con ellas. Una opción es el observador de alta ganancia [11]. Este tipo de observador ha demostrado ser una herramienta realmente útil en una gran cantidad de problemas de control, además, su implementación sólo requiere de ciertas condiciones de observabilidad. Sin embargo, presenta una alta sensibilidad al ruido de los sensores. En otras palabras, una pequeña cantidad de ruido en el sensor de temperatura puede deteriorar significativamente la precisión de la estimación. Una solución sería añadir un filtro paso bajo, no obstante, este añadiría polos al sistema, cosa que no siempre es deseable. Por este motivo, este trabajo implementa una modificación del observador de alta ganancia con una zona muerta artificial que reduce el efecto del ruido en la estimación [4].

Este trabajo se divide en las siguientes partes: en la sección 2 se presenta la representación en espacio de estados de un modelo de pila de combustible

de cátodo abierto, en la sección 3 se describe el diseño del observador de alta ganancia, en la sección 4 se modifica este observador con una zona muerta artificial, en la sección 5 se compara el comportamiento de ambos observadores y, finalmente, en la sección 6 se presentan las conclusiones del trabajo.

## 2. Representación en espacio de estados del sistema

El modelo de pila PEM de cátodo abierto considerado está basado en el trabajo de Strahl, S., *et. al.* [16]. Este modelo describe la dinámica de la pila de combustible a partir de dos estados dinámicos: la temperatura de la pila de combustible  $x_1 = T_{fc}$  y la saturación de agua líquida en la capa catalizadora del cátodo  $x_2 = s$ . La acción del sistema es la velocidad de un ventilador  $u = v_{air}$ , que se encarga de refrigerar la pila y de alimentar el cátodo con oxígeno. Además, se considera la corriente de carga  $I$  y la temperatura ambiente  $T_{amb}$  como dos perturbaciones medibles  $z_1$  y  $z_2$ , respectivamente. Así, la representación en espacio de estados resulta en:

$$\dot{x}_1 = K_0 z_1 x_1 f_a(x_1, x_2, z_1) + K_1 z_1^2 + K_2 u (z_2 - x_1) \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = K_3 z_1 - K_4 x_2 f_p(x_1) - f_d(x_2) \quad (2)$$

$$y = x_1 \quad (3)$$

donde  $K_0, K_1, K_2, K_3, K_4$  son constantes y  $f_a, f_p$  y  $f_d$  son funciones no lineales [16].

En este trabajo, se asume que las perturbaciones  $z_1$  y  $z_2$  son localmente constantes, de esta forma, sus derivadas se pueden considerar nulas. Además, se puede comprobar que el modelo es afín al control, este hecho permite reescribir el sistema de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u; \quad y = h(\mathbf{x}) \quad (4)$$

donde las funciones  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$  y  $h$  son,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} K_0 z_1 x_1 f_a(x_1, x_2, z_1) + K_1 z_1^2 \\ K_3 z_1 - K_4 x_2 f_p(x_1) - f_d(x_2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} K_2(z_2 - x_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$h(\mathbf{x}) = x_1 \quad (7)$$

En el diseño del observador, se asumirá que se puede medir la temperatura de la pila de combustible,  $T_{fc}$ .

## 3. Observador de Alta Ganancia

El observador de alta ganancia sólo se puede implementar en ciertas estructuras no lineales. En concreto, para sistemas de una sola salida, el observador se puede diseñar en la siguiente forma triangular:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 + \psi_1(\xi_1, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \dot{\xi}_i = \xi_{i+1} + \psi_i(\xi_1, \dots, \xi_i, \mathbf{u}), \quad y = \xi_1 \\ \vdots \\ \dot{\xi}_n = \psi_n(\xi, \mathbf{u}) \end{cases} \quad (8)$$

Se requiere que las expresiones  $\psi_1, \dots, \psi_n$  sean funciones *lipschitzianas*.

**Definición 3.1.** Una función  $f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  será **lipschitz continua** si existe una constante  $L$  tal que:

$$\|f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - f(\mathbf{z}, \mathbf{u})\| \leq L\|\mathbf{x} - \mathbf{z}\| \quad (9)$$

En concreto, esta desigualdad se cumplirá si todos los elementos de la jacobiana,  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ , presentan un valor finito [9].

El sistema considerado no presenta la forma (8), sin embargo, cumple con las siguientes condiciones:

- El sistema es afín al control.
- El sistema es **uniformemente observable**, en el sentido de ser observable para todas las acciones de control [3].
- El sistema autónomo, i.e.  $\mathbf{u} = 0$ , es **observable diferencialmente fuerte de orden  $n$**  [8].

**Definición 3.2.** Un sistema no controlado,  $\mathbf{u} = 0$ , representado por la expresión (4) será **observable diferencialmente fuerte de orden  $k$**  si el siguiente mapa:

$$\mathbf{x} \mapsto \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{k-1}h(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \triangleq \Phi_k(\mathbf{x}) \quad (10)$$

Es inyectivo y presenta una jacobiana  $\frac{\partial \Phi_k}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x})$  de rango  $n$ . La operación  $L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x})$  denota la **derivada de Lie** de la función  $h(\mathbf{x})$  a lo largo de  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  y se calcula como  $L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x})$ .

Estas condiciones permiten que el mapa 10 sea un difeomorfismo estático entre el modelo afín al control (4) y la forma triangular (8) [7].

En esta forma triangular, un observador de alta ganancia es una copia del sistema más un factor proporcional al error entre la estimación de la salida del sistema,  $\hat{\xi}_1$ , y la salida de los sensores,  $y$  [11].

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}}_1 = \hat{\xi}_2 + \psi_1(\hat{\xi}_1, \mathbf{u}) + \frac{\alpha_1}{\varepsilon}(y - \hat{\xi}_1) \\ \vdots \\ \dot{\hat{\xi}}_i = \hat{\xi}_{i+1} + \psi_i(\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_i, \mathbf{u}) + \frac{\alpha_i}{\varepsilon^i}(y - \hat{\xi}_1) \\ \vdots \\ \dot{\hat{\xi}}_n = \psi_n(\hat{\xi}, \mathbf{u}) + \frac{\alpha_n}{\varepsilon^n}(y - \hat{\xi}_1) \end{cases} \quad (11)$$

Los parámetros a especificar del observador son las constantes  $\alpha_i$  y la constante  $\varepsilon$ . Por un lado, las constantes  $\alpha_i$  determinan el comportamiento transitorio del error de estimación, i.e.  $\tilde{\xi}_i \triangleq \xi_i - \hat{\xi}_i$ . Por este motivo, es necesario diseñar  $\alpha_i$  tal que todas las raíces del siguiente polinomio presenten parte real negativa,

$$s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n. \quad (12)$$

Además, las raíces de (12) se deben optimizar para mejorar el rendimiento del observador. No existe un método directo para obtener las “mejores” raíces, pero, en general, un mejor rendimiento se consigue si las raíces son reales y distintas [11].

Por otro lado, el parámetro  $\varepsilon$  debe ser positivo y suficientemente pequeño como para dominar la constante Lipschitz de las no linealidades. Asimismo, es deseable diseñar este parámetro con el menor valor posible, ya que eso asegura un observador rápido y robusto. No obstante, existen diversos factores que impiden la implementación de un valor arbitrariamente pequeño. En primer lugar, durante el transitorio, los estados del observador pueden mostrar grandes picos con un valor inversamente proporcional al parámetro  $\varepsilon$ , este comportamiento es conocido como el *fenómeno de pico* [6]. En segundo lugar, notar que el valor de  $\varepsilon$  se potencia hasta el orden del sistema, cosa que implica problemas numéricos para sistemas de dimensión elevada y suele limitar el valor de  $\varepsilon$ . Finalmente, la sensibilidad al ruido aumenta significativamente al disminuir  $\varepsilon$  [1]. Este hecho impide la implementación del observador en bastantes casos prácticos.

Un diseño adecuado de las constantes  $\alpha_i$  y  $\varepsilon$  aseguran la convergencia del error de estimación,  $\tilde{\xi}_i$ . Sin embargo, el objetivo es la estimación de los estados en las coordenadas  $\mathbf{x}$ , para eso, es necesario encontrar una inversión del difeomorfismo  $\Phi(\mathbf{x})$ . En la práctica, es difícil encontrar una expresión analítica de esta inversión, y se suele recurrir a

la resolución de un problema de optimización del tipo

$$\hat{\mathbf{x}} = \min_{\mathbf{x}} |\Phi(\mathbf{x}) - \hat{\xi}| \quad (13)$$

Para evitar el alto coste computacional de esta optimización, uno puede implementar el observador directamente en las coordenadas  $\mathbf{x}$ , de esta forma, no es necesario calcular la inversión del mapa  $\Phi(\mathbf{x})$ . En concreto, el observador de alta ganancia (11) se puede reescribir del siguiente modo [2]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{u} + \mathbf{v} \quad (14)$$

$$\mathbf{v} = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\varepsilon}(y - h(\hat{\mathbf{x}})) \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2}(y - h(\hat{\mathbf{x}})) \\ \vdots \\ \frac{\alpha_n}{\varepsilon^n}(y - h(\hat{\mathbf{x}})) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Este observador no requiere de la inversión de  $\Phi(\mathbf{x})$  y sólo necesita que la jacobiana de  $\Phi(\mathbf{x})$  sea invertible, cosa que será posible, por definición, cuando el sistema autónomo, i.e.  $\mathbf{u} = 0$ , sea observable diferencialmente fuerte [8].

#### 4. Observador de Alta Ganancia con Zona Muerta

El observador de la anterior sección presenta una alta sensibilidad al ruido de los sensores, el cual no desestabiliza el observador pero aumenta significativamente su error de estimación [1]. En efecto, el difeomorfismo (10) se basa en diferenciar repetidamente la salida del sistema,  $h(\mathbf{x})$  y cada una de estas derivadas amplifica el efecto del ruido. Además, la sensibilidad del ruido aumenta al disminuir el parámetro  $\varepsilon$ . Por este motivo, puede ser de interés presentar una modificación que reduzca la cantidad de ruido que entra en el observador.

Una técnica interesante consiste en aplicar una zona muerta artificial en el error entre la salida de los sensores y su estimación [4]. En otras palabras, el observador de alta ganancia se implementaría de la siguiente forma,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{u} + \mathbf{v}_{dz} \quad (16)$$

$$\mathbf{v}_{dz} = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\varepsilon} dz_{\sqrt{\sigma}}(y - h(\hat{\mathbf{x}})) \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2} dz_{\sqrt{\sigma}}(y - h(\hat{\mathbf{x}})) \\ \vdots \\ \frac{\alpha_n}{\varepsilon^n} dz_{\sqrt{\sigma}}(y - h(\hat{\mathbf{x}})) \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde  $dz_{\sqrt{\sigma}}$  representa la función zona muerta, la cual se calcula con la siguiente expresión

$$dz_{\sqrt{\sigma}}(a) = \begin{cases} 0 & \text{si } -\sqrt{\sigma} \leq a \leq \sqrt{\sigma}, \\ a - \sqrt{\sigma} & \text{si } a \geq \sqrt{\sigma}, \\ a + \sqrt{\sigma} & \text{si } a \leq -\sqrt{\sigma}, \end{cases} \quad (18)$$

En la Figura 1 se muestra una representación visual de la función de zona muerta con  $\sigma = 4$ .

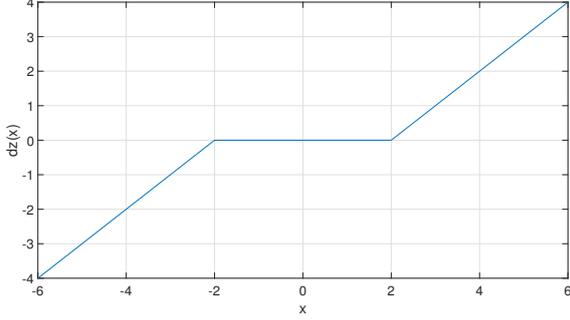


Figura 1: Función zona muerta con  $\sigma = 4$ .

La idea tras esta modificación es que la zona muerta proporciona una corrección nula alrededor de  $y - h(\hat{\mathbf{x}}) = 0$ , en consecuencia, se elimina la parte del ruido dentro de la zona muerta. Sin embargo, el observador funcionaría en lazo abierto en las trayectorias dentro de la zona muerta, cosa que afectaría a sus prestaciones y podría impedir su convergencia asintótica en ausencia de ruido. En consecuencia, existe un compromiso entre la cantidad de ruido que se ve filtrado por la zona muerta y las prestaciones del observador. Este compromiso complica el diseño de una zona muerta con  $\sqrt{\sigma}$  constante, sobretodo en casos donde el ruido varía durante la operación del observador. La solución es añadir un mecanismo que adapta la amplitud de la zona muerta al valor del ruido. En concreto, para sistemas de una salida, el valor de  $\sigma$  se puede adaptar según la siguiente dinámica [4]

$$\dot{\sigma} = -\lambda\sigma + R(y - h(\hat{\mathbf{x}}))^2 \quad (19)$$

Esta dinámica incorpora dos parámetros  $\lambda$  y  $R$ . El parámetro  $\lambda$  determina la velocidad con la que se adapta la zona muerta. El parámetro  $R$  está relacionado con la cantidad de ruido que se filtrará. De forma intuitiva se puede entender que escoger un valor de  $\lambda$  grande y un valor  $R$  pequeño recuperará el observador de alta ganancia presentado en la anterior sección. El caso contrario reducirá la convergencia de la amplitud de la zona muerta y aumentará la capacidad de filtrar, pero afectará a las prestaciones del observador.

Esta interpretación de los parámetros  $\lambda$  y  $R$  es útil para entender la adaptación de la zona muerta, sin embargo, se debe tener especial cuidado a la hora de sintonizar sus valores. Por un lado, el valor de  $\sigma$  debería converger rápidamente a cero en ausencia de ruido, para así, recuperar el observador de alta ganancia convencional. Por otro, el error de estimación del observador debería ser estable

en presencia del ruido. Estas condiciones se pueden traducir en una inecuación lineal de matrices (LMI) [4], de esta forma, la sintonización de  $\lambda$  y  $R$  se puede transformar en un problema de optimización. En concreto, si el sistema (11) se reescribe de la siguiente forma:

$$\dot{\hat{\xi}} = \mathbf{A}\hat{\xi} + \Psi(\hat{\xi}, \mathbf{u}) + \Sigma\alpha(y - \hat{\xi}_1), \quad (20)$$

$$\hat{y} = \mathbf{C}\hat{\xi} \quad (21)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\Psi(\hat{\xi}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \psi_1(\hat{\xi}_1, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \psi_n(\hat{\xi}_n, \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon} \\ \vdots \\ \frac{1}{\varepsilon^n} \end{bmatrix}^\top; \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \quad (24)$$

y se define la siguiente matriz,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{P}\alpha\mathbf{C} + \mathbf{C}^\top\mathbf{R}\mathbf{C} & -\mathbf{P}\alpha \\ u\mathbf{C} & -u - \lambda \end{bmatrix} \quad (25)$$

donde  $\mathbf{P}$  es una matriz simétrica positiva en  $\mathbb{R}^{n \times n}$  y  $u$  es una constante positiva.

Las condiciones introducidas anteriormente se cumplirán si se satisface la siguiente LMI:

$$\mathbf{M} + \mathbf{M}^\top < 0 \quad (26)$$

Esta LMI no presenta una solución única, por eso, es necesario definir algún criterio para determinar los valores "óptimos" de  $\lambda$  y  $R$ . Intuitivamente, un mayor valor de  $R$  se traduce a una mayor reducción del ruido. Por eso, parece razonable buscar el máximo de este parámetro. Además, sería interesante añadir un valor límite,  $\lambda_{max}$ , de  $\lambda$  para así impedir diferencias excesivas entre la escala de tiempo del observador y de la adaptación de la zona muerta. En concreto, los parámetros  $\lambda$  y  $R$  se pueden sintonizar a partir del siguiente problema de optimización

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{P}, \lambda, u} R \\ & t. q. \\ & \mathbf{M} + \mathbf{M}^\top < 0, \\ & 0 < \lambda < \lambda_{max} \end{aligned}$$

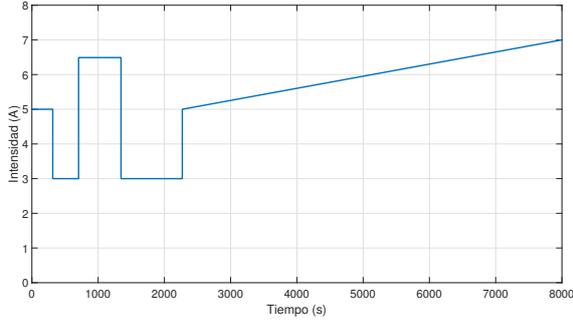


Figura 2: Perfil de intensidad introducida al sistema. El incremento entre 2270 segundos y 8000 segundos es tan bajo, que la intensidad se puede considerar localmente constante.

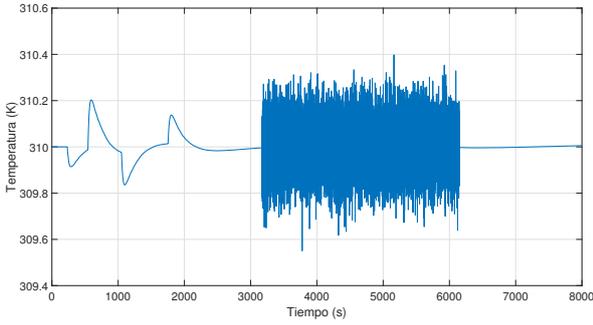


Figura 3: Perfil de temperatura en el sensor del modelo. Se simula un fallo en el sensor que introduce ruido entre el segundo 3240 y el segundo 6715.

## 5. Resultados

### 5.1. Observador implementado

El observador de alta ganancia con zona muerta (29) se ha implementado en el modelo de la pila de combustible presentado en la sección 2. En este caso, el difeomorfismo considerado es el siguiente:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ L_{\mathbf{f}}x_1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

El jacobiano de este mapa presentará la siguiente estructura

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\partial L_{\mathbf{f}}x_1}{\partial x_1}(\mathbf{x}) & \frac{\partial L_{\mathbf{f}}x_1}{\partial x_2}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (28)$$

Las funciones  $\frac{\partial L_{\mathbf{f}}x_1}{\partial x_1}(\mathbf{x})$  y  $\frac{\partial L_{\mathbf{f}}x_1}{\partial x_2}(\mathbf{x})$  sólo presentan un cero en los puntos  $x_1 = 0$ , que equivalen a una temperatura de 0 K. Este punto es físicamente inalcanzable y los estados del observador raramente se acercan, en consecuencia, la jacobiana

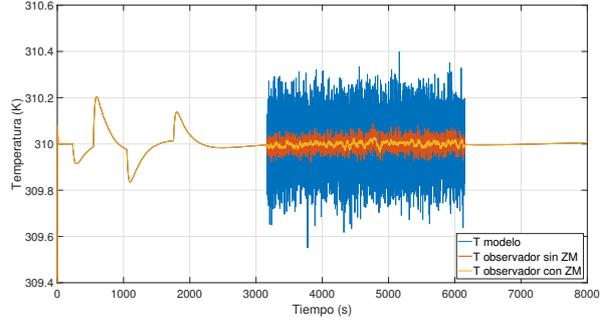


Figura 4: Perfil de temperatura en el sensor de temperatura (azul), estimación de la temperatura del observador sin zona muerta (naranja) y estimación de la temperatura del observador con zona muerta (amarillo).

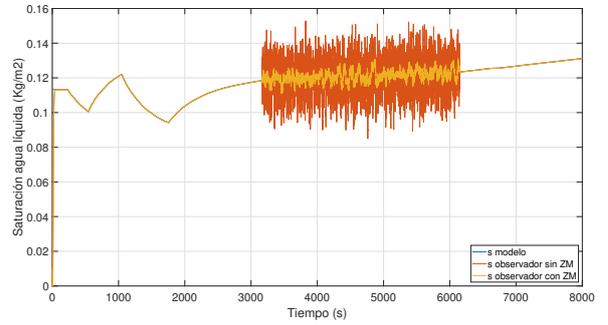


Figura 5: Perfil de saturación de agua líquida del modelo (azul), estimación del observador sin zona muerta (naranja) y estimación del observador con zona muerta (amarillo).

será siempre invertible. Es necesario remarcar que  $\frac{\partial L_{\mathbf{f}}x_1}{\partial x_1}(\mathbf{x})$  y  $\frac{\partial L_{\mathbf{f}}x_1}{\partial x_2}(\mathbf{x})$  son singulares en los puntos  $x_2 = 0$  y  $x_2 = \bar{s}$ , donde  $\bar{s}$  representa el valor óptimo alcanzable de la saturación de agua líquida. Estas singularidades pueden inducir problemas numéricos cuando la estimación  $\hat{x}_2$  se acerque a ellas, por eso, el valor de  $\hat{x}_2$  se ha saturado en los puntos fuera del dominio  $D := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid 0 < x_2 < \bar{s}\}$ .

El observador a implementar presentará la siguiente estructura,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{u} + \mathbf{v}_{dz} \quad (29)$$

$$\mathbf{v}_{dz} = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\varepsilon} dz \sqrt{\sigma} (x_1 - \hat{x}_1) \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2} dz \sqrt{\sigma} (x_1 - \hat{x}_1) \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\dot{\sigma} = -\lambda\sigma + R(x_1 - \hat{x}_1)^2 \quad (31)$$

Los valores de sus parámetros se pueden observar en la Tabla 1,

Nombre	Valor
$\alpha_1$	0,1047
$\alpha_2$	0,0012
$\varepsilon$	0,1
$\lambda$	10
$R$	8,5678

Tabla 1: Parámetros del observador

## 5.2. Simulación del observador

Para estudiar el comportamiento del observador, se ha realizado una simulación usando el entorno *Simulink*. En la simulación, el sistema es sometido a una serie de cambios de intensidad, Figura 2, que provocan una variación de la temperatura y de la saturación de agua líquida.

El sistema incorpora un controlador PI con *anti windup* que mediante la acción del ventilador,  $v_{air}$ , mantendrá la temperatura de la pila de combustible cerca de los 310 K.

Durante la mayor parte de la simulación, el sensor de temperatura estará libre de ruido. Sin embargo, en un cierto rango temporal, se simulará un fallo en el sensor que introducirá una cierta cantidad de ruido, Figura 3.

En este contexto, se comparará el observador de alta ganancia con zona muerta con un observador de alta ganancia sin zona muerta pero con los mismos parámetros de  $\alpha_i$  y  $\varepsilon$ . Un funcionamiento adecuado del observador, en ausencia de ruido, requiere de la convergencia del estado  $s$  del observador al estado  $s$  del modelo y, en presencia de ruido, requiere de un bajo valor en el error de estimación.

En la Figura 4 se puede ver la evolución de la temperatura del modelo, la estimación de la temperatura del observador sin zona muerta y la estimación del observador con zona muerta. En la Figura 5, se representa la evolución de la saturación de agua líquida del modelo y las respectivas estimaciones de los observadores.

Por un lado, se puede observar que ambos observadores convergen rápidamente a los valores del modelo. Además, notar que, en ausencia de ruido, la estimación del observador con zona muerta es casi idéntica a la de su versión sin zona muerta. Por tanto, si no hay ruido en los sensores, la presencia de la zona muerta no afecta significativamente a las prestaciones del observador.

Por otro lado, se puede observar que el error inducido por el ruido es significativamente menor en el observador con zona muerta, Figura 5. Para comparar cuantitativamente los dos observadores

se propone utilizar la raíz del error cuadrático medio,

$$RECM = \sqrt{\frac{\sum_0^T (x_2 - \hat{x}_2)^2}{T}} \quad \left[ \frac{kg}{m^2} \right] \quad (32)$$

En el observador de alta ganancia sin zona muerta se ha obtenido un *RECM* de  $1,9 \times 10^{-3} kg/m^2$ . En el observador de alta ganancia con zona muerta se ha obtenido un *RECM* de  $7,9 \times 10^{-4} kg/m^2$ . Por lo tanto, la modificación del observador ha reducido en un 58 % el *RECM*.

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha diseñado un observador de alta ganancia capaz de estimar la saturación de agua líquida de una pila de combustible de tipo PEM de cátodo abierto a partir de medir su temperatura. El observador se ha modificado con una función de zona muerta que disminuye el efecto del ruido en el sensor de temperatura.

En el trabajo se ha realizado una simulación que compara un observador de alta ganancia convencional con su equivalente con zona muerta. Se ha podido comprobar que la presencia de la zona muerta no modifica significativamente la dinámica del observador en ausencia de ruido, y disminuye significativamente el error de estimación en presencia de este.

Potencialmente, se podría conseguir una mayor reducción del efecto del ruido con la combinación de la zona muerta con una modificación que sustituye la constante  $\varepsilon$  por cierta función no lineal [10]. Sin embargo, sería necesario estudiar la interacción entre estas dos modificaciones.

## Agradecimientos

Este proyecto se ha financiado parcialmente por el proyecto nacional Español MICAPEM (ref. DPI2015- 69286-C3-2-R, MINECO/FEDER).

Este trabajo se ha realizado con el apoyo de la Agencia Estatal de Investigación española a través del sello de excelencia de María de Maeztu, IRI (MDM-2016-0656).

Este trabajo se ha financiado parcialmente por AGAUR of Generalitat de Catalunya a través de la subvención del grupo Advanced Control Systems (SAC) (2017 SGR 482).

Este trabajo se ha realizado con el apoyo de ACCIÓ (Operational Program FEDER Catalunya 2014-2020) a través de REFER project (COMRDI15-1-0036-11).

## English summary

### High-Gain Dead-Zone Observer for Open-Cathode PEM Fuel Cells

#### Abstract

*In this work an observer that estimates the cathode catalyst layer's liquid water saturation of an open-cathode PEM fuel cell is presented. The proposed observer is based on High-Gain techniques, and is modified with a dynamic dead-zone.*

*In this work, it is shown that, in the absence of noise, the proposed observer presents a similar performance than its non dead-zone equivalent. Moreover, in the presence of noise, the dead-zone significantly reduces the estimation error induced by it.*

**Keywords:** PEM fuel cells, open-cathode, liquid water saturation, high-gain observer, dead-zone.

#### Referencias

- [1] Astolfi, D., Marconi, L., Praly, L., (2016) Sensitivity to high-frequency measurement noise of nonlinear high-gain observers. Proc. 10th IFAC Symp. Nonlin. Control Syst., Monterey, CA, USA. pp 276-278.
- [2] Astolfi, D., Praly, L., (2013) Output feedback stabilization for SISO nonlinear systems with an observer in the original coordinates. IEEE Conference on Decision and Control, pp 5927–5932.
- [3] Bornard, G., Celle-Couenne, F., Gilles, G., (1995) Observability and Observers. En Nonlinear Systems- T.1, Modeling and Estimation. London: Capman & Hall. pp 173-217
- [4] Cocetti, M., Tarbouriech, S., Zaccarian, L. (2019) High-Gain Dead-Zone Observers for Linear and Nonlinear Plants. IEEE Control Systems Letters, 3, (2), pp 356-361.
- [5] Eikerling, M. (2004) Water Management in Cathode Catalyst Layers of PEM Fuel Cells. Journal of the Electrochemical Society, 153, pp 58-70.
- [6] Esfandiari, F., Khalil, H., (1992) Output Feedback Stabilization of Fully Linearizable Systems. Int. J. of Control, 56, (5), pp 1007-1037.
- [7] Gauthier, J., Hammouri, H., Othman, S. (1992) A Simple Observer for Nonlinear Systems Applications to Bioreactors. IEEE Transactions on Automatic Control, 37 (6), pp 875-880.
- [8] Gauthier, J., Kupka, I. (2001) Observability concepts. En Deterministic Observation Theory and Applications. Cambridge University Press. pp 9-19
- [9] Khalil, H. (1995) Existence and Uniqueness. In H. Khalil, Nonlinear Systems, pp 67-78. Prentice Hall.
- [10] Khalil, H. (2017) Measurement Noise. En Khalil, H. High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics. pp 237-276.
- [11] Khalil, H., (2017) High-Gain Observers. En High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control. Philadelphia: Society of Industrial and Applied Mathematics. pp 17-30
- [12] Kunusch C., Puleston P., Miguel A., Husar A. (2011) Control-Oriented Modelling and Experimental Validation of a PEMFC Generation System. IEEE Transactions on energy conversion , 26 (3), pp 851-860.
- [13] Larminie J. and Dicks A. (2003) Fuel Cell Systems Explained. John Wiley & Sons, West Sussex, UK.
- [14] Litster S and Djilali N., (2007) Mathematical modelling of ambient air-breathing fuel cells for portable devices. Electrochimica Acta, 52(11) pp 3849-3862.
- [15] Matthew, M., Kumbur T., E., Veziroglu, N., (2011) Polymer Electrolyte Fuel Cell Degradation. Waltham, USA: Academic Press.
- [16] Strahl, S., Husar, A., Puleston, P., Riera, J. (2014) Performance Improvement by Temperature Control of an Open-Cathode PEM Fuel Cell System. Fuel Cells, 14 (3), pp 466-467.
- [17] Weber A. Z and Newman J. (2004) Transport in Polymer-Electrolyte Membranes: II. Mathematical Model. Journal of the Electrochemical Society, 151 (2), pp A311-A325.



© 2019 by the authors.  
Submitted for possible  
open access publication  
under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution CC BY-NC-SA 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>).